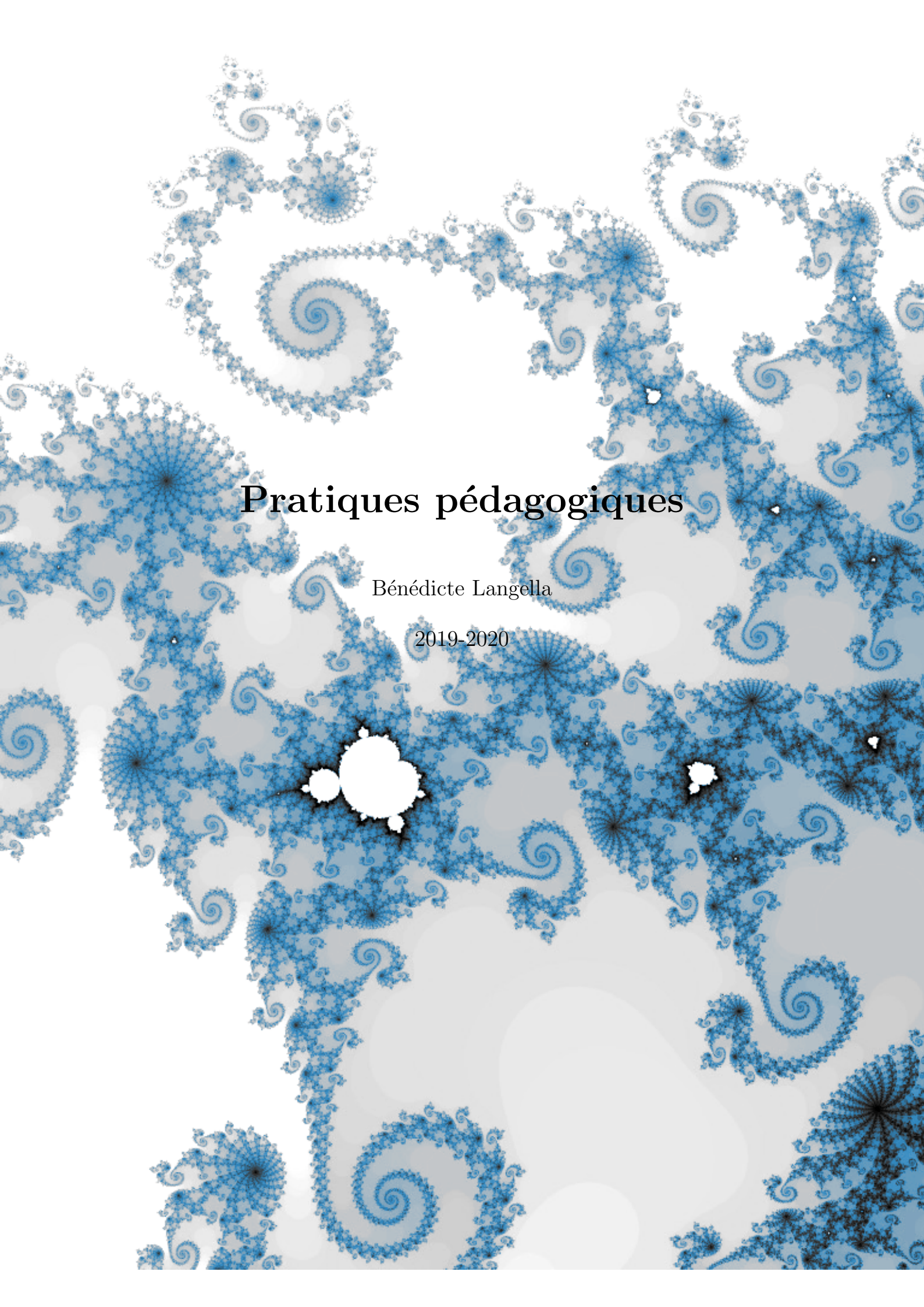




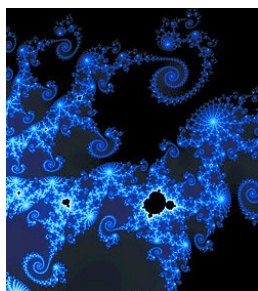
Pratiques pédagogiques

Bénédicte Langella

2019-2020

Table des matières

Pratiques pédagogiques	1
1. Donner le goût de "faire des mathématiques"	2
A. Les mathématiques ludiques : Coupe Animath	2
B. Les mathématiques pour le plaisir de découvrir : Cercle Sophia Kovalevskaja	2
C. Les mathématiques dans les autres sciences	3
D. Les mathématiques dans l'histoire	4
2. Favoriser et entretenir l'ambition	5
A. L'exigence bienveillante au service de tous les élèves	6
B. Construire un projet ambitieux	6
C. Se donner les moyens de réussir dans le supérieur : l'apprentissage de la rigueur.	7
D. Réussir l'examen du Baccalauréat	9
3. Lever les implicites sur les méthodes de travail	10
A. Que signifie "s'organiser" ?	10
B. Que signifie "travailler régulièrement" ?	10
C. Comment installer une "ambiance de classe propice aux apprentissages" ?	12
D. Que signifie "chercher un exercice" ?	13
E. Que signifie "préparer un contrôle" ?	14
4. Faire accepter l'erreur comme matériau d'apprentissage	16
A. Installer un climat de confiance	16
B. Le "cahier d'erreurs"	17
C. Les ateliers d'analyse d'erreurs	17
D. Les "recettes", des automatismes mal compris.	18
5. Accompagner les élèves en difficulté	19
A. Repérer les élèves fragiles, accompagner les difficultés ponctuelles	19
B. Aider à reconstruire les savoirs fondamentaux des élèves fragiles	20
C. Accompagner les élèves à besoins particuliers : dispositif "Coup de Pouce"	21
D. Apprendre à gérer son stress	22
6. La place des nouvelles technologies dans les apprentissages	23
A. Une communication par mail efficace	23
B. Un site internet dédié	23
C. Une chaîne Youtube en parallèle	24
D. Algorithmique, programmation en Python, enseignement SNT	24
7. Conclusion	25
Bibliographie	25



Pratiques pédagogiques

Nous accueillons au lycée Berthelot des élèves de tous horizons, dont un tiers d'élèves boursiers, et environ 20% d'élèves qui entrent en seconde en n'ayant pas une maîtrise des savoirs suffisante pour leur permettre a priori de suivre en voie générale.

C'est pourquoi nous devons tout mettre en œuvre pour :

- Permettre à ces enfants de bâtir des projets ambitieux
- Les aider à acquérir le goût de l'effort et des méthodes de travail efficaces, qui leur permettront de concrétiser leurs projets
- Les aider à acquérir un haut niveau de compétence, au service de leur ambition.
- Mettre en œuvre un accompagnement adapté en cas de difficultés, car beaucoup d'élèves ne bénéficient pas d'aide en-dehors de l'établissement

C'est notre rôle, en tant qu'acteurs de l'école de la République, de promouvoir une réelle égalité des chances en permettant aussi aux plus modestes d'accéder aux filières les plus ambitieuses.

Mes pratiques pédagogiques s'articulent donc autour de cinq axes principaux :

- Donner le goût des mathématiques, mais surtout le goût de réfléchir sur des problèmes.
- Faire naître et soutenir l'ambition de nos jeunes, y compris et surtout de ceux dont l'environnement familial n'offre pas un terreau propice à la poursuite d'études longues, et leur proposer une formation suffisamment rigoureuse et approfondie pour qu'ils puissent concrétiser leurs ambitions
- Permettre à tous les élèves d'acquérir les méthodes nécessaires à la construction de leur réussite
- Mettre en place l'encadrement des élèves les plus en difficulté afin d'éviter qu'ils "décrochent"
- Intégrer les "nouvelles technologies" dans l'enseignement, comme complément aux enseignements et comme outil d'individualisation

1. Donner le goût de "faire des mathématiques"

A. Les mathématiques ludiques : Coupe Animath

Cette année, j'ai organisé l'hébergement au lycée Berthelot de l'épreuve de sélection de la *coupe Animath* d'automne 2019 le mercredi 2 octobre après-midi, avec des élèves venant également d'autres établissements, qui ne proposaient pas la passation de cette épreuve.

Quelques élèves de Terminale S spécialité mathématiques ont participé ; ils n'ont obtenu qu'une mention honorable, mais se sont bien amusés et j'espère pérenniser cet événement au sein du lycée.

Cela permet de faire des mathématiques dans un cadre ludique, et de donner à l'établissement l'image d'un lycée dynamique dans le domaine scientifique.

B. Les mathématiques pour le plaisir de découvrir : Cercle Sophia Kovalevskaja

Le samedi après-midi, une fois par mois environ, se tient dans les locaux de TSE une réunion du *club de mathématiques Sophia Kovalevskaja*, organisée par Antoine Pichoff.

J'y accompagne les élèves intéressés, qui sont un peu plus d'une dizaine, et nous assistons ensemble à une conférence donnée par un thésard ou un mathématicien sur un thème donné, suivie d'un goûter puis d'une séance de "travaux dirigés" en groupe.

C'est l'occasion de vraiment faire des mathématiques entre amis, pour le plaisir, et de chercher des problèmes relatifs à des domaines nouveaux pour tous. C'est lieu idéal pour mettre en œuvre une véritable démarche de recherche en groupe, sur des problèmes ouverts.

Le premier atelier portait sur le théorème des quatre couleurs et la théorie des graphes, présenté par Eva Philippe, normalienne.

Le second portait sur les mathématiques qui sous-tendent les Origami, présenté par Jong Mo Allegraud.

Le prochain atelier portera sur le $TFJM^2$ et sera présenté par Andrei Barbu et d'autres membres de l'équipe l'Académie Olympia, ayant participé au $TFJM^2$ trois ans (de 2017 à 2019). L'équipe a été plusieurs fois au tournoi national et a même remportée l'ITYM, le tournoi international, l'an passé. Cette année, quatre d'entre eux sont en classe préparatoire et deux en terminale. J'espère que cette présentation incitera mes élèves à participer à ce tournoi, ou au moins à chercher ensemble les problèmes proposés.



Recherche autour du théorème des quatre couleurs

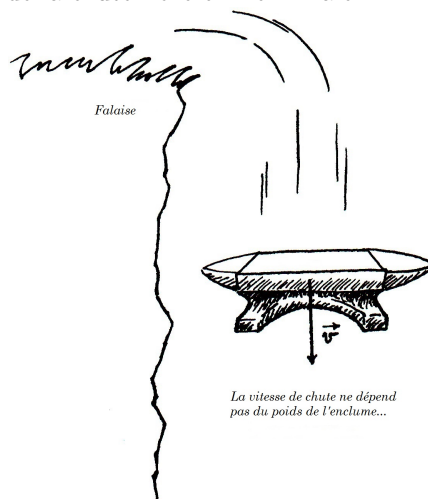
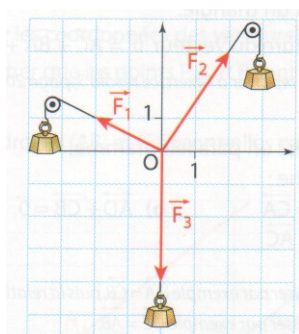


Atelier Origamis

C. Les mathématiques dans les autres sciences

En plus de ma formation en mathématiques, j'ai également une licence de mécanique et trouve important de faire le lien avec les autres sciences dans l'enseignement des mathématiques, même si les mathématiques ne peuvent être réduits à leurs applications pratiques.

En géométrie vectorielle, je fais le lien avec les vecteurs force, vitesse, accélération, et introduis le principe fondamental de la dynamique ($\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$) comme application de la somme des vecteurs, d'abord dans le cas d'un système à l'équilibre en seconde, puis dans le cas de la chute libre en Terminale.



J'essaie aussi d'accompagner mes élèves à la rencontre de scientifiques ; dans le cadre de la **Nuit européenne des chercheurs**, mes élèves de Terminale ont pu rencontrer les animateurs de la Société d'Astronomie populaire à l'observatoire de Jolimont, qui j'espère leur ont donné le goût d'observer les étoiles.



D. Les mathématiques dans l'histoire

Pour que les élèves s'approprient les mathématiques, il faut aussi qu'ils les relient aux personnes qui les ont "fabriquées". C'est pourquoi le plupart de mes chapitres débutent par une **contextualisation historique** de la notion abordée, et que j'essaie de faire le lien avec la place de cette notion dans l'histoire globale des mathématiques et des sciences en général.



Suites et récurrence

Manuel "Repères" p.6.

Objectifs :

- Connaître et savoir utiliser les différentes écritures d'une suite
- Savoir étudier les variations d'une suite
- Savoir mener un raisonnement par récurrence

Aperçu historique :

GIUSEPPE PEANO (1858-1932), analyste et logicien italien, établit la formulation actuelle du raisonnement par récurrence lors de sa construction axiomatique de l'ensemble $\mathbb{N}$.

Les axiomes de Peano sont au nombre de cinq :

- Zéro est un entier naturel
- Tout entier naturel a un unique successeur
- Aucun entier naturel n'a zéro pour successeur
- Deux entiers naturels ayant le même successeur sont égaux
- Si un ensemble d'entiers naturels contient zéro, et contient le successeur de chacun de ses éléments, alors cet ensemble est égal à $\mathbb{N}$

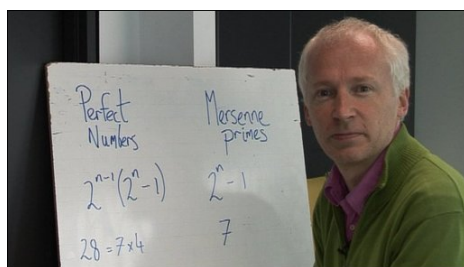
Le cinquième axiome correspond au raisonnement par récurrence.



Par ailleurs, j'enseigne dans la section DNL du lycée où je propose un cours de mathématiques en langue anglaise. Comme cette section européenne s'adresse a priori à des élèves intéressés par les langues, mais pas nécessairement par les sciences, je centre mon approche sur l'**histoire des mathématiques**. Ainsi, les profils plus scientifiques peuvent profiter du contenu mathématique proposé, quand les plus littéraires se concentrent davantage sur l'aspect historique.

J'utilise comme support une série de quatre vidéos éditées par la BBC et présentées par Marcus du Sautoy, professeur à Oxford. J'ai découpé ces vidéos par thèmes (mathématiques Chinoise, Indiennes, etc...) et par époques.

Après une vidéo de 15 à 20 minutes (assortie de questions de compréhension), les élèves travaillent en groupes sur un exercice qui se rapporte au thème présenté dans la vidéo. Il s'agit de problèmes ouverts, ou de recherches sur lesquels le travail de groupe est enrichissant.



Les mathématiques pratiquées en DNL permettent aux élèves de :

- Remplacer l'ensemble de leurs connaissances mathématiques dans un contexte historique
- Rendre les mathématiques plus vivantes, en découvrant l'histoire des hommes qui les ont construites
- Mettre en œuvre une démarche de recherche, accepter de se tromper, de ne pas trouver immédiatement "le bon chemin"
- Travailler en groupe, mettre à profit les atouts de chacun

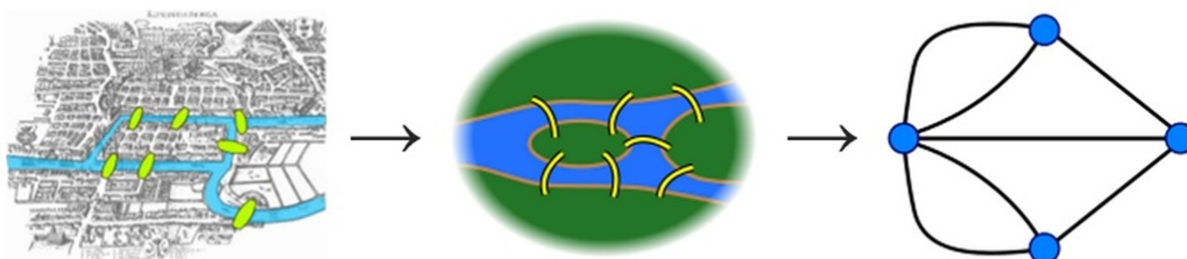
L'examen de DNL est un oral, où l'élève doit expliquer sa démarche de recherche sur un exercice, en anglais, après avoir travaillé 20 minutes sur cet exercice en guise de préparation.

La notation porte presque exclusivement sur des critères de correction linguistique, si bien que c'est réellement la capacité de l'élève à mettre en forme et à communiquer sa démarche qui est valorisée, et non sa capacité à résoudre l'exercice.

Cet attendu très spécifique permet aux élèves de faire des mathématiques dans un environnement où l'erreur est légitime, et toutes les tentatives valorisées. cela permet à la créativité des élèves de s'exprimer, et souvent des élèves qui n'osent pas vraiment "se lancer" dans un exercice en classe le font en DNL, et cela a ensuite un retentissement très positif sur leur démarche mathématique en classe : ils osent essayer.

The 7 bridges of Königsberg (Topology / Graph theory) - Euler

Today the city of Königsberg is known as Kaliningrad, a little outpost of Russia on the Baltic Sea surrounded by Poland and Lithuania.



It started as an 18th-century puzzle.

Is there a route around the city which crosses each of these seven bridges only once?

2. Favoriser et entretenir l'ambition

« Comme déjà observé lors des éditions précédentes du PISA, la France est l'un des pays de l'OCDE où le lien entre le statut socio-économique et la performance dans PISA est le plus fort. [...] De nombreux élèves, et en particulier les élèves issus d'un milieu défavorisé, ont des ambitions moins élevées que ce à quoi on pourrait s'attendre compte tenu de leurs résultats scolaires. »¹

Le recrutement du lycée Berthelot est dit "mixte", et ce terme pudique signifie que nous accueillons un grand nombre d'élèves de classes sociales défavorisées : un tiers de nos élèves sont boursiers, contre une moyenne départementale d'environ 19%.

La question de l'ambition de nos élèves se pose donc, et c'est au sein du lycée que nous devons mettre en place les conditions favorables à la construction et à la réussite de leurs projets.

1. Rapport du Programme international de l'OCDE pour le suivi des acquis des élèves (PISA) 2018

A. L'exigence bienveillante au service de tous les élèves

Lorsque l'on travaille avec des élèves issus de milieux défavorisés, ou avec des élèves en difficulté sociale, matérielle, culturelle ou relationnelle pour des raisons diverses, un danger majeur est ce que l'on peut appeler l'écueil du "pauvre petit" : il est facile de confondre bienveillance et condescendance, et de céder à la tentation d'en demander moins à ces élèves.

Or ce sont précisément ces élèves qui auront besoin de faire *plus* que les autres : plus d'efforts, plus de chemin vers la réussite scolaire, vers la réussite sociale.

Comme le dit Hugo Pellerin dans son article "L'un d'eux", « *Je suis, comme la totalité de mes collègues, [...] convaincu que l'on peut aider. Fondamentalement. [...] En faisant de nos élèves des aristocrates. [...] Je suis l'un de ces profs qui pense que c'est ainsi, en projetant cette immense envie d'ambition et de rigueur sur ceux qui viennent, que les flammes s'apaiseront.* »²

« *Ce n'est pas parce qu'ils sont de la banlieue qu'on attendra moins d'eux. Au contraire, ils doivent être plus performants.* »³

D'autant plus que ces élèves ne sont pas dupes ; s'ils ne savent pas toujours mettre de mots dessus, ils souffrent au quotidien de cette condescendance qui n'est qu'une forme policée de mépris. Dans les médias, dans la vie quotidienne, ils sont régulièrement ramenés à leur condition de "pauvres petits".

Au lycée Berthelot, nous faisons le choix de **porter l'ambition** de ces élèves, d'être **exigeants** avec eux, parce que nous pensons qu'ils peuvent faire autant sinon plus que les autres, pour peu qu'on leur procure un environnement de travail stimulant et apaisé.

B. Construire un projet ambitieux

Il arrive que nos élèves n'arrivent pas à se projeter dans des parcours ambitieux car ils ignorent l'existence de certaines filières qui pourraient leur correspondre : c'est pour cela que les professeurs principaux travaillent l'orientation, amènent les élèves au salon Infosup, et c'est également pour cela que j'organise une présentation de l'école TSE (*Toulouse School of Economics*) au sein de l'établissement jeudi 12 décembre.

Notre établissement était en lien, via les "cordées de la réussite", avec la Toulouse Business School, mais il s'agit d'une école privée dont la scolarité onéreuse n'est pas forcément accessible à la majorité de nos élèves. Il me semblait important de proposer un parcours alternatif et public aux élèves intéressés par l'économie. De plus, la filière "Arte" de TSE est une année de propédeutique qui peut également correspondre à certains de nos élèves plus fragiles.

Mais connaître les filières ne suffit pas, encore faut-il être capable de se projeter dans ces parcours, qui peuvent sembler étrangers à un élève dont les parents n'ont éventuellement pas fait d'études.

En discutant avec l'une de mes amies, ancienne élève du collège et du lycée Berthelot, dont les parents ne savent ni lire ni écrire, et qui est à présent Maître de conférences en Histoire du droit et des institutions à l'université, j'ai eu l'idée d'organiser un **"Forum des ambitions"** au lycée Berthelot.

M. Cros a immédiatement validé ce projet, qui est programmé pour jeudi 2 avril au matin (en couplage avec la demi-journée de la citoyenneté l'après-midi). J'inviterai d'anciens élèves du lycée Berthelot à raconter leur parcours, pas toujours linéaires, afin que nos jeunes puissent se projeter dans l'avenir en s'identifiant au vécu de quelqu'un qui leur ressemble.

FORUM DES AMBITIONS

Le jeudi 02 avril 2020 dans les locaux du lycée.

Des anciens élèves du lycée Berthelot vous présentent leur parcours et vous aident à imaginer et à construire votre projet post-Bac.

Venez échanger avec des étudiants et des professionnels, et profitez de leur expérience pour vous construire un avenir ambitieux.



Avec la participation de
Mme Hinda HEDHILI AZEMA,
Ancienne élève du collège et du lycée Berthelot,
Maître de conférences en Histoire du droit et des institutions,
Université Montesquieu-Bordeaux IV - CAHD



En plus d'alimenter l'ambition de nos élèves, ces récits pourront les aider à relativiser l'importance du choix de la première orientation (celle qui se fait sur Parcoursup). En effet, beaucoup de nos anciens élèves ont bifurqué, changé de voie, changé d'orientation, et très bien réussi malgré des parcours parfois atypiques. Ce projet sera monté en collaboration avec Nadine Guibbal, documentaliste, et Alexis Bellier, assistant de vie scolaire, ainsi que des autres personnels qui auront envie de s'y investir.

2. Hugo Pellerin, extrait de « L'un d'eux », <https://monsieursamovar.wordpress.com> (12 octobre 2016)

3. Hugo Pellerin, extrait de « En faisant de nos élèves des aristocrates », in Les portraits du jeudi, par Monique Royer, dans les cahiers pédagogiques (17 novembre 2016)

C. Se donner les moyens de réussir dans le supérieur : l'apprentissage de la rigueur.

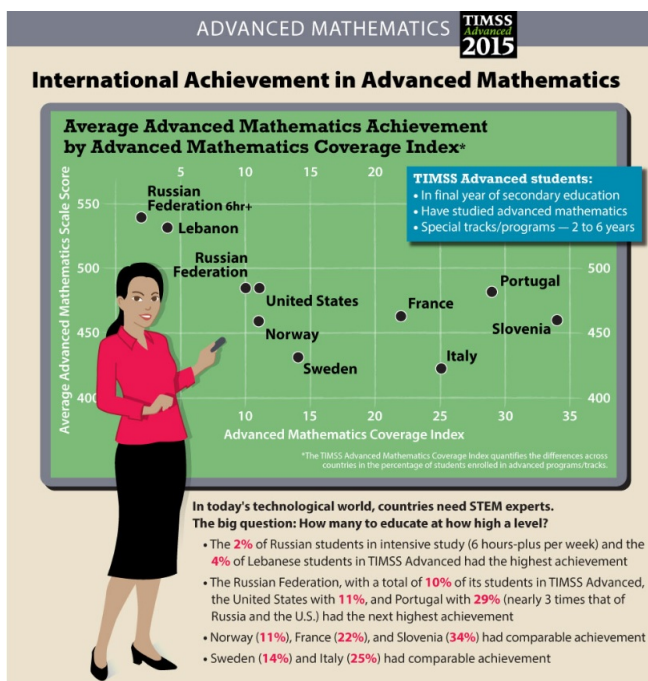
« Le TIMSS Advanced mené en France en 2015 auprès des élèves de Terminale S est plutôt alarmant : comparés aux résultats de la même enquête en 1995, les scores des lycéens français ont chuté de près de 100 points. Ils passent ainsi de 569 à 463 en maths.

Les élèves français ne sont que 1% à atteindre le niveau "avancé" en mathématiques, alors qu'en 1995, ils étaient 15%. Ils sont aussi 11% à atteindre le niveau "élevé" du TIMSS Advanced, contre 64% il y a 20 ans. »^a

« Les performances en mathématiques et en sciences sont également fortement corrélées avec le statut socio-économique en France. Cette variable prédit 21% de la variation des performances des élèves en mathématiques en France dans le PISA 2018 (à comparer à 14% en moyenne dans les pays de l'OCDE), et 20% de la variation en sciences (à comparer à 13% en moyenne dans les pays de l'OCDE). »^b

a. <http://timss2015.org/advanced/>

b. Rapport du Programme international de l'OCDE pour le suivi des acquis des élèves (PISA) 2018



C'est pourquoi nous devons dispenser à nos élèves un enseignement des mathématiques rigoureux, complet et ambitieux afin qu'ils entrent dans l'enseignement supérieur avec une aisance suffisante pour y réussir, y compris dans les filières les plus sélectives.

Cette année, j'enseigne aussi en TD à l'INSA et cela me permet de très bien mesurer le niveau de rigueur ainsi que les compétences qui sont attendus en première année de filière scientifique post-Bac. J'ai conscience de ce qui pose problème aux étudiants de première année, ce qui me permet d'approfondir mon enseignement en classe de Terminale sur les points dont je sais qu'ils peuvent devenir des fragilités l'année suivante.

Dans mon enseignement, cette exigence de rigueur et d'approfondissement se traduit de plusieurs manières. Dès la seconde, je propose à mes élèves un cadre que je nomme **"Règles d'hygiène de base en mathématiques"**, et qui est composé de petites maximes simples et brèves auxquelles je peux faire référence quand je corrige leurs copies ou pendant les ateliers d'analyse d'erreurs. Il s'agit des principes suivants :

- "Le dessin ne prouve rien"
où j'explique que si le dessin était "juste", comme la "taille" d'un point est zéro, ce dessin serait invisible : si on le voit, c'est qu'il est "faux". C'est une *représentation* de la situation, mais pas la situation elle-même.
- "Des exemples, même nombreux, ne prouvent rien"
où je parle d'une personne blonde qui aurait grandi dans un pays où tous les habitants sont blonds (supposons qu'elle en ait vu des millions), et en arriverait à la conclusion que "tous les humains sont blonds".
C'est l'occasion de souligner qu'un contre-exemple, en revanche, prouve qu'une assertion est fausse, et de parler de disjonction des cas où il ne s'agit plus d'exemples mais d'examen exhaustif de toutes les possibilités.
- "Pas de preuve, pas de points"
où j'insiste sur le fait que c'est la démarche qui sera valorisée au contraire d'un résultat affirmé sans preuve. Il s'agit ici évidemment de la rédaction finale de la preuve, et non de la phase de recherche, que je valorise par ailleurs avec d'autres outils.
- "Pas de baratin"
où j'essaie d'apprendre aux élèves la différence entre "argumenter" et construire une preuve structurée. Comme il leur est souvent demandé, à juste titre, d'accumuler des arguments pour étayer leur point de vue dans des matières plus littéraires, cette injonction leur semble contradictoire. Ils ont du mal à comprendre l'exigence de concision spécifique aux mathématiques, ce qui constitue une difficulté supplémentaire.
- "Pas de valeurs approchées"
sauf bien entendu si l'énoncé en demande, ou si l'on est dans une phase de recherche.

Toujours dans le but de préparer mes élèves aux études supérieures, je les incite à se poser la question de **l'existence** des objets qu'il manipulent (Cette fonction est-elle définie? Pourquoi? Ai-je le droit de faire cette division et ne suis-je pas en train de diviser par zéro?), de leur **statut** (Puis-je écrire "=" entre un nombre et un objet géométrique?), et de la **nature de la démarche** qu'ils sont en train de mettre en œuvre (quelle opération mathématique suis-je en train de faire?).

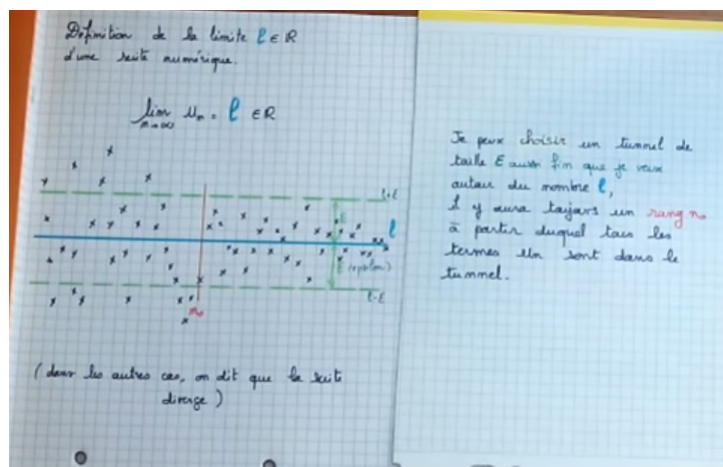
C'est aussi dans cette optique de long terme que j'introduis très tôt **les quantificateurs**, et que je les utilise très régulièrement. Mes élèves savent que leur utilisation est optionnelle, mais ils se les approprient progressivement et finissent presque tous par les utiliser, en général à bon escient.

Je crois qu'il ne faut pas avoir peur de proposer un langage abstrait aux élèves et qu'ils sont pour la plupart curieux de connaître des éléments de la "langue mathématique". Il faut simplement prendre la précaution de traduire en langage naturel, aussi longtemps que nécessaire, les symboles que l'on utilise.

J'ai remarqué que les élèves dyslexiques ou ayant des difficultés de passage à l'écrit (élèves allophones) utilisent très bien et très tôt les quantificateurs, qui les libèrent des difficultés qu'ils peuvent rencontrer dans la manipulation de la langue française.

Un exemple de **passage progressif à l'abstraction** se trouve dans l'explication de la définition de la convergence d'une suite numérique vers une limite finie, où je passe très progressivement d'une définition très intuitive écrite en langage naturel ("Quelle que soit la taille du tunnel autour de la limite, aussi fin que je veux, il y a toujours un rang à partir duquel tous les termes de la suite sont dans le tunnel") à une définition très formelle ($\forall \epsilon > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N} : \forall n \geq n_0, |u_n - \ell| < \epsilon$) en ne remplaçant que très progressivement, un ou deux mots à la fois, par des symboles mathématiques.

La vidéo de cette explication se trouve en ligne sur ma chaîne Youtube ("Maths Langella") et s'appelle "Limite réelle d'une suite convergente". En voici quelques extraits.



Version initiale de la définition :

"Je peux choisir un tunnel de taille ϵ aussi fin que je veux autour du nombre ℓ , il y aura toujours un rang n_0 à partir duquel tous les termes u_n sont dans le tunnel."

Seconde version :

"Quelle que soit ma taille de tunnel ϵ autour de ℓ , il existera toujours un rang n_0 à partir duquel tous les termes u_n sont entre $\ell - \epsilon$ et $\ell + \epsilon$."

Troisième version :

Quel que soit $\epsilon > 0$, il existe $n_0 \in \mathbb{N}$ tel que dès que $n \geq n_0$, $u_n \in]\ell - \epsilon; \ell + \epsilon[$."

Quatrième version :

$\forall \epsilon > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N}$ tel que $(n \geq n_0 \Rightarrow u_n \in]\ell - \epsilon; \ell + \epsilon[$."

Cinquième et dernière version :

$\forall \epsilon > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N} : \forall n \geq n_0, |u_n - \ell| < \epsilon$

Contre toute attente, l'étape où les élèves rencontrent le plus de difficultés est le passage de la quatrième à la cinquième version, dans la traduction de l'intervalle au moyen de valeurs absolues (je rencontre les mêmes difficultés à manipuler des valeurs absolues avec mes étudiants à l'INSA).

Mais ce ne sont pas les quantificateurs qui leur posent problème.

Je reste cependant convaincue que pour être rigoureux, il faut savoir ce que l'on manipule. C'est pourquoi, en début d'année de Terminale, je propose à mes élèves un petit **"TD de logique"**, où nous définissons, à l'aide de tables de vérité, ce que sont exactement les connecteurs "et" et "ou", ce qu'est une implication, sa réciproque, sa contraposée, sa négation, ce qu'est une équivalence, etc...

Ce TD est l'occasion de définir et de manipuler les quantificateurs, en particulier pour écrire la négation de propositions en vue de construire des démonstrations par l'absurde bien structurées.

Je ne crois pas que ces notions soient inaccessibles à des lycéens, d'ailleurs lorsque je travaillais en collège, je les abordais déjà avec mes élèves de Quatrième, dans le cadre de l'apprentissage de la démonstration.

Ci-dessous un extrait du TD en question, dont l'intégralité figure dans la section "Travaux dirigés et travaux pratiques" page ??.

Def.1: Négation d'une proposition.

La *négation* d'une proposition P , notée par le connecteur logique $\neg$, est vraie lorsque P est fausse, et fausse lorsque P est vraie. Autrement dit, $\neg P$ est le contraire de P .

P	$\neg P$
0	1
1	0

Exemple: Si P est la proposition: "Le triangle ABC est rectangle", alors $\neg P$ est la proposition "Le triangle ABC n'est pas rectangle".

Question 1: Ecrire la négation des propositions suivantes:

P	$\neg P$
Le nombre n est pair.	
$x \geq 0$	
Quel que soit $n \in \mathbb{N}$, $u_n > 1$	
Il existe $x \in \mathbb{R}$ tel que $f(x) \leq 2$	

Pour les élèves qui suivront après le Baccalauréat des études scientifiques (écoles d'ingénieur ou université), je propose quelques **séances d'approfondissements** en fin d'année, après les vacances de Pâques, en parallèle des séances de révisions sur des annales⁴ que je propose à leurs camarades : je divise la classe en fonction des besoins de chacun, et travaille de façon différenciée (révisions pour les uns, approfondissements pour les autres, et parfois une initiation au mathématiques telles qu'elles sont abordées en PACES).

Il avait été question d'institutionnaliser des séances d'approfondissements sous la forme d'ateliers réguliers pendant l'année, mais l'établissement ne bénéficie pas cette année d'un quota d'heures suffisant pour mettre en place un tel dispositif.

Cette année, je proposerai donc pendant la première semaine des vacances de Pâques un **"stage d'approfondissement"**, où j'aborderai des notions intermédiaires entre les programmes du lycée et ceux des classes post-Bac, afin de réduire l'écart entre ces deux façons de travailler et de leur permettre de mieux réussir leur entrée dans les études supérieures.

Mon expérience à l'INSA m'aidera à définir des objectifs et un programme adaptés à la fois au niveau de nos élèves et aux exigences du supérieur. Je prévois d'aborder les notions suivantes :

- Logique, connecteurs logiques, quantificateurs⁵
- Différents types de raisonnement : par déduction, par récurrence, par l'absurde, par disjonction des cas
- Manipulation des ensembles, des parties d'ensembles
- Relations : injections, surjections, bijections

D. Réussir l'examen du Baccalauréat

Bien entendu, l'examen du Baccalauréat reste le marqueur de la fin du lycée, et la préparation de cet examen est un objectif important en classe de Terminale.

C'est l'occasion de mettre en place des méthodes de travail qui seront utiles aux élèves tout au long de leurs études, comme par exemple :

- Des outils de **gestion du temps** : sur les premiers devoirs surveillés, je donne des consignes très précises de gestion du temps, et les élèves se les approprient peu à peu
- Des outils de **gestion du stress** : dès le début de l'année, je fais autant que possible composer les élèves sur des copies de Baccalauréat, dans les conditions qu'à l'examen (places attitrées, mêmes "rituels de début d'épreuve", présentation des sujets similaires) afin de les habituer aux conditions de passation et de réduire leur anxiété le jour J. Je propose aussi aux élèves qui en ont besoin des outils spécifiques de gestion du stress, que j'aborderai dans le paragraphe dédié aux élèves en difficulté
- Des outils d'**appropriation des connaissances** ; j'accompagne les élèves dans la construction de leurs propres "fiches" de synthèse, mais à l'approche de l'examen, je propose des **"devoirs maison de révision"**, qui sont composés d'une synthèse des notions abordées autour d'un thème donné, assortie d'un sujet type Bac autour de ce thème permettant de mettre en œuvre ses connaissances. Vous en trouverez un exemple page ??.
- Des **entraînements réguliers** ; j'essaie d'organiser trois à quatre examens blancs au cours de l'année (deux sont organisés par la lycée, et je m'organise en "échangeant des heures" avec mes collègues pour organiser les deux autres)
- Une **période de révision suffisante** ; j'essaie, dans la mesure du possible, de terminer le programme de Terminale peu après les vacances de Pâques, afin que les élèves bénéficient d'une période suffisante de révision durant laquelle nous faisons de nombreux sujets d'annales, ce qui permet aux plus faibles de combler les quelques lacunes qui leur restent, et à tous de se sentir vraiment "prêts" pour l'examen.

4. Voir le paragraphe consacré à la préparation du Baccalauréat

5. pour les élèves des autres classes de Terminale qui n'auraient pas abordé ces sujets

Ces dispositions semblent porter leurs fruits puisque mes élèves de l'an dernier ont obtenu une moyenne en mathématiques à l'examen de **12,33** (pour une moyenne au contrôle continu annuel de 12,46), avec 50% de mention *Bien* et *Très Bien*.

3. Lever les implicites sur les méthodes de travail

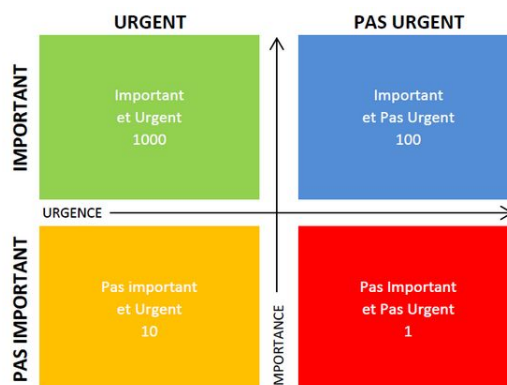
J'essaie de construire un ensemble de dispositifs qui permettent aux élèves, en particulier à ceux qui arrivent au lycée sans avoir acquis des méthodes de travail efficaces, de progresser pas à pas vers l'autonomie et la prise en main de leurs apprentissages.

A. Que signifie "s'organiser" ?

Lorsque l'on aborde la question de la quantité de travail et du temps qui doit y être consacré, plusieurs questions se posent, et en particulier la question :

"comment s'organiser quand on a trop de choses à faire pour le temps dont on dispose ?" :

- Lister les tâches et évaluer le temps à y consacrer.
Je propose simplement d'établir une liste des tâches, mais la difficulté consiste à évaluer le temps que prend chacune de ses tâches. Une piste peut être de se chronométrer chez soi pour une tâche similaire afin d'évaluer ce temps, mais cela reste approximatif.
- Prioriser les tâches, organiser son temps.
Une fois la liste des tâches établie et le temps à leur consacrer évalué, je propose à mes élèves d'utiliser la matrice d'Eisenhower^a pour prioriser ces tâches. C'est un outil d'analyse et de gestion du temps qui permet de classer les tâches à faire en fonction de leur urgence ainsi que de leur importance.
Les tâches prioritaires sont celles qui sont urgentes et importantes, puis viennent celles qui sont importantes, puis celles qui sont urgentes, et enfin les tâches qui ne sont ni urgentes ni importantes doivent être reportées. Si une tâche a été reportée plus de deux fois, elle doit être annulée ou déléguée.



a. Marius Andra, « What is the Eisenhower Matrix ? » [archive], sur TimeGT, 14 juillet 2010

Une fois cette hiérarchie des tâches établie, je propose aux élèves d'assigner un créneau dans leur emploi du temps à chaque tâche ; cela concerne surtout les élèves sportifs de haut niveau ou élèves du conservatoire, qui doivent gérer des emplois du temps chargés et complexes, ou les futurs élèves de filières sélectives du type classes préparatoires ou PACES.

Mais ce système peut également être utile à des élèves en difficulté pour qui l'ampleur de la tâche dépasse leur capacité de travail.

B. Que signifie "travailler régulièrement" ?

Chaque séance, hormis les devoirs surveillés, débute par un **"mini-test"** (écrit et noté sur 2pts) de 5 minutes. Le sujet est le plus souvent inspiré d'un exercice fait et corrigé en classe lors d'une séance précédente, et les élèves savent quoi réviser.

En plus de ritualiser et faciliter la mise au travail des élèves en début de séance, ce dispositif matérialise l'injonction "il faut travailler régulièrement", et beaucoup d'anciens élèves, une fois dans le supérieur, me disent que c'est ce dispositif qui "leur manque le plus" et dont ils ont le plus ressenti l'efficacité sur la régularité et la pertinence de leur travail personnel.

Par exemple, Maëlle S., ancienne élève de Terminale S actuellement en classe préparatoire BL au lycée Saint Sernin m'écrit :

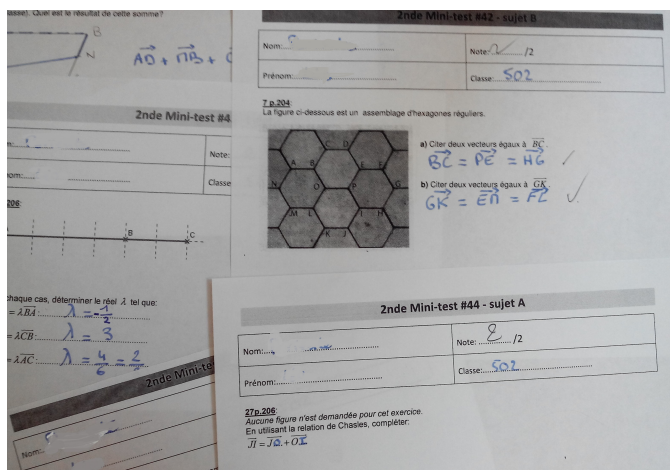
« Je vous avais écrit un mail vers le milieu de l'année dernière dans lequel je vous expliquais que j'utilisais beaucoup plus mon cahier d'erreurs⁶ et que j'avais étendu le principe à d'autres matières. Je pense qu'il

6. Voir paragraphe B

m'aura fallu au moins un an et demi pour réussir à l'utiliser correctement et pour qu'il me soit vraiment utile. [...]

Aujourd'hui, en réfléchissant je me suis rendue compte que vous m'aviez apporté bien plus que le cahier d'erreurs. Les mini tests étaient incroyablement bénéfiques. J'ai souvent regretté qu'on n'ait pas le temps d'en faire en prépa. Une khôlle toutes les deux semaines (et beaucoup moins dans les autres matières) ne fait pas du tout le même effet... »

Mais les "mini-tests" ne portent pas seulement sur les notions récemment abordées ; ils peuvent également servir de support pour aider à l'automatisation de certaines procédures de calcul (les élèves sont toujours prévenus du thème sur lequel porte le mini-test, il n'y a pas de "surprise").



MT03 : Ex 01.F

Sujet A :

Factoriser en utilisant une identité remarquable :

$$x^2 - 8x + 16$$

Sujet B :

Factoriser en utilisant une identité remarquable :

$$x^2 + 12x + 36$$

Je propose la plupart du temps deux sujets afin de limiter les risques de copie entre élèves ; je les vidéoprojette (sauf pour certains sujets de géométrie (exemple ci-dessus) qui nécessitent d'écrire sur une figure et dont je photocopie les sujets). Je distribue des feuilles respectivement blanches et de couleur pour chacun des sujets, et les élèves se mettent au travail. Chaque mini-test sera noté sur 2 points, et j'obtiens donc une note sur 20 toutes les 10 séances.

DELHON Sujet 740 sujet B

$$u_n = 5n^2 + 4n + 3 - \frac{4}{n}$$

u_n n'est pas un polynôme mais $5n^2 + 4n + 3$ est un polynôme donc :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (5n^2 + 4n + 3) = \lim_{n \rightarrow +\infty} 5n^2 = +\infty$$

Par quotients :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-\frac{4}{n}}{1} = 0$$

Par somme :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$$

2

Delgado Tom 740

Sujet A: $u_n = 4n^2 + 3n + 4 - \frac{9}{n}$

$$= \frac{4n^3}{n} + \frac{3n^2}{n} + \frac{4n}{n} - \frac{9}{n} = \frac{4n^3 - 9}{4n^3 - 3n^2 + 4n - 9}$$

On a une fraction rationnelle

La limite de u_n est la limite des termes de plus haut degré,

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4n^3}{4n^3} = \lim_{n \rightarrow +\infty} 1 = 1$$

Par produit $\lim_{n \rightarrow +\infty} 4n^2 = +\infty$

Donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$

2

C. Comment installer une "ambiance de classe propice aux apprentissages" ?

La classe est une micro-société dont les règles implicites, si elles sont bien connues des enfants de milieux plutôt "favorisés", doivent être explicitées pour les enfants qui ne bénéficient pas de ce savoir a priori.

Le premier "rituel" que je mets en place, à la rentrée, consiste donc à expliciter oralement les différentes pratiques pédagogiques que je vais mettre en place au cours de l'année, à expliquer pourquoi je les mets en place, quel est leur intérêt pour le groupe et pour chaque élève individuellement. Ces "**règles de vie**" sont distribuées à chaque élève sous la forme d'un contrat qui sera signé par l'élève et par ses parents.

Document à lire attentivement avec ses parents, à signer et à leur faire signer, puis à agrafer dans le cahier de mathématiques.

Classe de seconde - Méthodes de travail en mathématiques

Classes de mathématiques de Mme Langella - Seconde

1. Matériel.

Chaque élève doit venir en classe avec tout son matériel en bon état de fonctionnement, en particulier [...]

Au fur et à mesure de l'année scolaire, je mets les cours ainsi que les feuilles d'exercices et les progressions (équivalent du "cahier de textes", mais sans les dates) sur Internet à l'adresse suivante : <http://maths.langella.free.fr>. Les corrigés des divers devoirs seront aussi mis en ligne lorsque tous les élèves auront fait le devoir en question. [...] Je complète parfois ces documents par des tutoriels vidéo que je publie sur Youtube, chaîne "Maths Langella". Vous pouvez aussi me joindre par mail: maths.langella@gmail.com. [...]

3. Les exercices.

Les exercices à faire pour le cours suivant sont obligatoires : je ne demande pas qu'ils soient justes, je demande qu'ils soient **faits**. Si un exercice n'est pas compris, l'élève doit mettre par écrit dans son cahier sa recherche et les pistes qu'il a explorées pour résoudre l'exercice, même si elles n'ont pas abouti. En l'absence de trace écrite ou d'oubli du cahier, l'exercice sera considéré comme non fait. [...]

5. Les évaluations (mini tests, devoirs surveillés et devoirs maison).

Chaque séance (hormis les devoirs surveillés et les séances de TP) débutera par un "mini-test" où il sera demandé par exemple de refaire l'un des exercices corrigé en classe, [...]

Mme Langella.

Dates prévisionnelles des contrôles:

Signature de l'élève:

Signature du ou des parent(s):

La démarche d'enseignement est en grande partie une démarche de communication, et il n'y a pas de communication efficiente sans **feedback**⁷.

Je mets donc en place, en plus de la communication orale usuelle en classe le dispositif des "mini-tests"⁸ au début de chaque séance, qui me permet d'avoir chaque jour une "photographie" de la compréhension des notions abordées par l'ensemble de la classe ; en fonction de ce feedback, et en tenant compte du temps de latence nécessaire à l'assimilation de certaines notions, j'adapte mon enseignement au "terrain" sur le quel je travaille.

Sur ce même support de mini-tests, je peux aussi faire un feedback adapté à chaque élève en fonction de ses besoins particuliers (selon le type d'erreurs commises) et éventuellement de sa situation personnelle (élève très stressé pendant une période difficile par exemple).

Ces mini-tests servent également de **renforcement positif**⁹ régulier pour les élèves sérieux, qui font des efforts pour réussir, mais dont les lacunes retardent la matérialisation de ces efforts sur leurs notes de devoirs surveillés. Il me semble important d'entretenir la motivation de tels élèves et de récompenser leur adhésion à la dynamique de classe. Bien entendu, les coefficients des notes de mini-tests sont adaptés afin de ne pas fausser l'évaluation globale du niveau de ces élèves. Mais ils ont peu conscience de l'impact des coefficients et la récompense d'un "2/2" en mini-tests les valorise suffisamment pour qu'ils continuent à travailler.

Par ailleurs, même s'ils sont parfois déstabilisants au début, ces mini-tests prennent rapidement leur place de rituel de début de séance, et finissent par être réclamés par les élèves comme le montre le mail de Maëlle au paragraphe B.

7. Norbert Wiener, Speech, langage and learning, The Journal of the Acoustical Society of America n°22, 1950

8. Voir paragraphe B

9. SKINNER Burrhus Frederic, Science et comportement humain Traduction française parue aux Éditions In Press (1953, Traduction Française 2005)

D. Que signifie "chercher un exercice" ?

J'ai constaté que lorsque je propose un exercice à mes élèves, certains d'entre eux n'osent pas ou ne **savent pas "démarrer"** cet exercice. Il y a à cela plusieurs raisons.

La première est l'habitude de l'immédiateté. Certains élèves s'attendent, quand ils lisent un énoncé, à "voir la solution s'afficher dans leur tête", et à ne plus avoir qu'à la retranscrire. Cette habitude de l'immédiateté de la solution ne les prépare pas à une démarche de recherche : ils n'utilisent pas de brouillon, et considèrent que s'ils n'ont pas "la solution dans la tête", c'est qu'ils n'ont "pas compris". Souvent, ces élèves se découragent et n'essaient pas de chercher l'exercice.

La seconde est la peur de se tromper : certains n'osent pas écrire une ébauche de solution tant qu'ils n'ont pas la certitude que cette solution est parfaite. Le travail que je mène sur l'erreur aide à surmonter cette crainte, mais le travail préalable au brouillon doit devenir systématique.

La première piste que je propose pour remédier à ce problème est la **contractualisation de l'obligation de recherche**. Mes élèves savent que même s'ils ne sont pas certains qu'elle aboutisse, ils ont l'obligation d'écrire une trace de recherche (exemple, dessin ou autre) pour chaque question de chaque exercice que je leur donne à chercher. En seconde, j'écris même cette consigne sur le photocopié de cours sous la forme suivante :

Méthode Quand un exercice est donné à faire à la maison, toutes les questions de cet exercice doivent être traitées sur le cahier d'exercices (pas seulement au brouillon).

Dans le cas contraire, l'exercice sera considéré comme "non fait".

Toute trace de recherche, toute réponse, même fausse, est acceptée (à part la réponse "je n'ai pas compris" suivie d'aucune trace de recherche).

Je ne vous demande pas de réussir, je vous demande d'essayer ; et vous avez **le droit de vous tromper**.

Je ne note pas les devoirs maison, afin d'éviter autant que possible qu'ils soient copiés sur un camarade, ou faits par un grand frère ou une tierce personne. En revanche je sanctionne les devoirs non rendus ou les questions non traitées, c'est-à-dire le fait de ne pas essayer. Ainsi, les erreurs sont sans conséquence (autre que celle d'en apprendre quelque chose), mais l'absence de tentative n'est pas acceptée.

La seconde piste que je propose est de **valoriser cette démarche de recherche**, y compris en devoir surveillé, en accordant des "points de recherche" pour une démarche pertinente mais non aboutie, ou moins pertinente mais qui montre une certaine maîtrise des outils dont la mise en œuvre est attendue dans cette question.

Cette valorisation correspond par ailleurs à la consigne qui figure sur les sujets de Baccalauréat :

« Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. »

Red.
x 0,25

$$\text{donc } \frac{1}{2} \leq 1 - r_{n+1} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$$
$$1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{2 + 3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n}{4 + \left(\frac{1}{2}\right)^n}$$
$$1 - r_{n+1} = 1 - \left(\frac{2}{4 + r_n} \times (1 - r_n)\right)$$

La troisième piste sur laquelle je travaille est la **question du "démarrage" des exercices**.

J'essaie autant que possible d'explicitier la raison pour laquelle on peut penser à telle ou telle démarche dans une question, et "pourquoi on a l'idée" de partir dans telle ou telle direction.

Certaines démarches sont adaptées à la plupart des exercices, comme :

- Faire une figure
- Revenir à la définition
- Penser à se servir de la question précédente

D'autres sont plus spécifiques à des situations données, comme :

- Penser à factoriser si l'on cherche le signe d'une expression
- Étudier la dérivée si l'on s'intéresse au sens de variation d'une fonction
- Lancer une simulation à la calculatrice si l'on s'intéresse au comportement d'une suite

La dernière piste est la difficile entreprise de faire accepter aux élèves que le **travail au brouillon** n'est pas une "perte de temps". Pour cela, il arrive régulièrement que je divise le tableau pour leur montrer ce que je ferais au brouillon avant de passer à la trace écrite définitive.

Quel que soit le niveau, je profite de certains exercices pour faire prendre conscience aux élèves que le cerveau humain aborde naturellement un problème de manière inductive, partant de ce que l'on veut démontrer dans la situation qui nous est proposée et passant "du particulier au général". C'est le raisonnement inductif qui permet de formuler des conjectures, c'est lui qui apparaît le plus souvent dans les "traces écrites de recherche" produites par les élèves.

Cependant la formalisation attendue la plupart du temps pour une démonstration mathématique est déductive¹⁰, partant d'hypothèses pour aboutir à ce que l'on veut démontrer¹¹.

Cette contradiction apparente peut être résolue si l'on accepte d'utiliser le brouillon comme médiateur entre ces deux organisations de pensée complémentaires.

E. Que signifie "préparer un contrôle" ?

Dans le supérieur, pour préparer un examen, il est courant de "refaire les TDs". Pour adapter cette approche aux élèves du secondaire, je leur propose une liste d'**exercices corrigés à faire en autonomie**, en vue de s'entraîner, de travailler certains automatismes, et de se préparer au contrôle. Ils sont invités à me poser des questions sur les points qu'ils n'auraient pas compris ou sur lesquels ils buteraient en cherchant ces exercices. J'intègre la liste de ces exercices dans le photocopié de cours et dans la "progression" du chapitre, afin qu'ils sachent à quel moment du chapitre il est plus opportun de faire tel ou tel exercice.

J'utilisais la plupart du temps des exercices corrigés disponibles dans les manuels, mais je bascule progressivement vers des exercices que je sélectionne à partir de sources plus variées, et dont je rédige moi-même et mets en ligne¹² les corrigés, n'étant pas toujours satisfaite de la rédaction proposée par les manuels, en particulier en termes de rigueur.

Exercice 1.8 On cherche les entiers a tels que $a^2 - 1$ soit divisible par 3.

1. Émettre une conjecture.
2. Démontrer cette conjecture en distinguant selon la parité de a .

Lorsque l'on distingue ainsi tous les cas possibles (ici a pair ou a impair), on dit que l'on raisonne par **disjonction des cas**.

Pour préparer le DS : I.F; I.G; I.H.

Exercice 1.9 L'objectif de cet exercice est de déterminer l'ensemble des entiers naturels n vérifiant l'équation

$$(E) : n(n+5) = 36$$

1. Donner l'ensemble des diviseurs positifs de 36.
2. En déduire les solutions de (E) .

FIGURE 1 – Référence aux "exercices de préparation" dans le photocopié de cours

7. Exercices d'entraînement et de préparation au DS

Méthode Ces exercices doivent être faits au fur et à mesure de l'avancement du chapitre (le "moment idéal" pour les faire est indiqué dans la page d'exercices "faits en classe". Ils seront faits dans un cahier séparé, appelé "Cahier de préparation", qui sera vérifié à chaque DS. Les corrigés de ces exercices sont disponibles en ligne sur le site <http://maths.langella.free.fr/>, rubrique Espace lycéen / Seconde / Exercices. Si en les faisant, vous vous rendez compte que vous n'avez pas bien compris quelque chose, il faut me poser des questions à ce sujet, soit en classe, soit par mail : maths.langella@gmail.com.

Exercice 1.A Écrire la liste des diviseurs positifs du nombre 48.

Exercice 1.B Tom affirme : "Le nombre 18 a plus de diviseurs que le nombre 12". Qu'en pensez-vous ?

Exercice 1.C Décomposer 539 en produit de facteurs premiers.

FIGURE 2 – Énoncés des "exercices de préparation"

10. Sauf dans le cas d'un contre-exemple

11. DUVAL R. et EGRET M.A. (juillet 1993) Introduction à la démonstration et apprentissage du raisonnement déductif : Repère IREM.

12. Voir paragraphe B

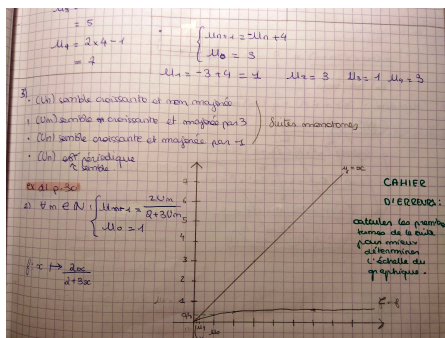
01.E) On peut supposer sans perte en généralité que $a \leq b$.
 Il vient $b^2 - a^2 = 35$
 On factorise (3^e identité remarquable)
 $(b-a)(b+a) = 35$
 Or $35 = 5 \times 7$ (décomposition en facteurs premiers)
 Il y a deux possibilités:
 • $b-a=5$ et $b+a=7$
 On additionne membre à membre:
 $2b = 5+7 = 12$
 $b=6$, d'où $b+a=7$ devient $6+a=7$
 donc $a=1$
 Solution $(a,b) = (1,6)$.

FIGURE 3 – Correction proposée pour les "exercices de préparation"

Pour valider ce travail de préparation, je demande aux élèves de dédier un support spécifique (appelé "**cahier de préparation**") à ces exercices. Ils m'apportent ce support à chaque évaluation afin que je vérifie que le travail a bien été fait. Ci-dessous quelques extraits de ces cahiers.

Soient $a, b \in \mathbb{Z}$
 $\nexists 1(2a+5b)$
 signifie: il existe $h \in \mathbb{Z}$ t.q. $2a+5b = 7h$
Démontrer une équivalence:
 démontrer deux implications
 $P \Rightarrow Q$ signifie $\begin{cases} P \Rightarrow Q \\ Q \Rightarrow P \end{cases}$
 • Montrons que $\nexists 1(2a+5b) \Rightarrow \nexists 1(5a+2b)$
 On a: $(2a+5b) + (5a+2b) = 7a+7b = 7(a+b)$
 donc $\nexists 1[(2a+5b) + (5a+2b)]$ (*)
 On suppose $\nexists 1(2a+5b)$
 On a (*) $\nexists 1(2a+5b) + (5a+2b)$
 donc $\nexists 1(5a+2b)$

A est impair car de forme $2k+1$
 2) $A = 2n^2 + 3n - 1$
 $n = 2k+1$
 D'où $A = 2 \times (2k+1)^2 + 3 \times (2k+1) - 1$
 $A = 2 \times 4k^2 + 2 + 6k + 3 - 1$
 $A = 8k^2 + 2 + 6k + 3 - 1$
 $A = 8k^2 + 6k + 4$
 $A = 2 \times (4k^2 + 3k + 2)$
 $A = 2 \times (2k^2 + 3k + 2)$
 A est pair car de forme $2k$
 2) $A = 2 \times (2k+1)^2 + 3 \times (2k+1) - 1$
 Dispositions des cas:
 cas 1 $\rightarrow n$ est pair ($n=2k$)
 cas 2 $\rightarrow n$ est impair ($n=2k+1$)
 Cas 1 $n=2k$
 $B = 2k \times (2k-3)$
 $2k \times 2k = 2k \times 3$



4. Faire accepter l'erreur comme matériau d'apprentissage

Déjà en 1985 dans "L'âge du capitaine", Stella Baruk pointait le statut particulier de l'erreur, surtout en mathématiques.

En 2001, dans "L'erreur, un outil pour enseigner", Jean-Pierre Astolfi proposait d'analyser la typologie des erreurs pour y remédier plus efficacement.

Aujourd'hui, les travaux de Stanislas Dehaene, et de ses prédécesseurs poussent encore plus loin l'analyse des causes d'erreur en la reliant au fonctionnement cognitif de chaque individu. Ainsi il écrit en 2013 dans "Les quatre piliers de l'apprentissage" :

« Le cerveau fonctionne ainsi par itérations, avec des cycles qu'on peut décomposer en quatre étapes successives : prédiction, feedback, correction, nouvelle prédiction. On parle alors de cerveau bayésien – de l'inférence du même nom – ou statisticien. Il internalise organiquement des statistiques. Il s'agit tout simplement de continuellement corriger le tir grâce au retour d'expérience, ce qui revient à dire que... l'erreur est fondamentale ! En effet, si les signaux d'erreur nous permettent, à nouveau, d'ajuster nos prédictions, l'apprentissage ne peut se déclencher que s'il y a un signal d'erreur, autrement, rien ne change. Transposé à la pédagogie, cela implique que l'erreur est normale, inévitable et... fertile. À condition, impérativement, d'être d'une part activement remarquée par l'apprenant, qui loin de l'ignorer, doit la dépasser. »^a L'erreur est donc normale, découle de sources multiples (liées aux savoirs antérieurs, à la langue, à la structure cognitive du cerveau...), et fait partie du processus d'apprentissage.

Cependant, dans la culture scolaire de la plupart des élèves, l'erreur reste encore taboue et liée à la notion de "faute". Cette conception freine voire empêche certains apprentissages. Depuis plusieurs années, j'essaie donc de mettre en place des dispositifs pédagogiques permettant aux élèves d'accepter leurs erreurs, de se les approprier, et de les utiliser pour bâtir leur savoir. En toute honnêteté, il faut en général plusieurs mois pour que la plupart des élèves acceptent l'idée que leurs erreurs sont une "matière première" intéressante sur laquelle travailler, et pas un "pan honteux" de leur pensée, mais il y a des méthodes qui facilitent cette éclosion.

a. DEHAENE, Stanislas, "Les quatre piliers de l'apprentissage", in ParisTech Review, 7 novembre 2013



A. Installer un climat de confiance

J'annonce dès le début d'année à mes classes que je mène un **travail spécifique sur l'exploitation des erreurs** dans l'apprentissage, et prends souvent l'exemple d'un entraîneur qui, après un match, analyse les erreurs commises par son équipe, avec ses joueurs, afin de progresser avant le match suivant.

Bâtir une relation de confiance doit être un objectif des premiers jours de classe.

Il s'agit de **légitimer les questions posées** en début d'année par les plus téméraires, afin que les élèves plus discrets osent à leur tour participer au débat. Pour cela, je prends le temps d'expliquer en quoi la question qui a été posée est importante : on peut relier presque toutes les questions qui sont posées à une incompréhension fondamentale qui, sous des aspects variés, concerne beaucoup d'élèves. Par exemple, une confusion entre le double et le carré (qui vient de la construction de la multiplication comme répétition d'additions, faisant le nid d'une confusion fondamentale entre ces deux opérations).



FIGURE 4 – Confusion entre le double et le carré.

Ensuite, je réponds à la question en la prenant très au sérieux. L'élève se sent valorisé reconnu comme interlocuteur légitime, et cela incite ses camarades à participer à leur tour au débat.

Je re-précise systématiquement que c'est dans ce genre de cas qu'il faut consigner le fruit de notre réflexion collective dans le cahier d'erreurs. L'usage régulier de ce cahier, pas seulement pour y consigner ses propres erreurs mais également celles commises par d'autres et sur lesquelles on se sent "fragile", légitime à son tour les questions posées en classe, et la dynamique de classe est lancée.

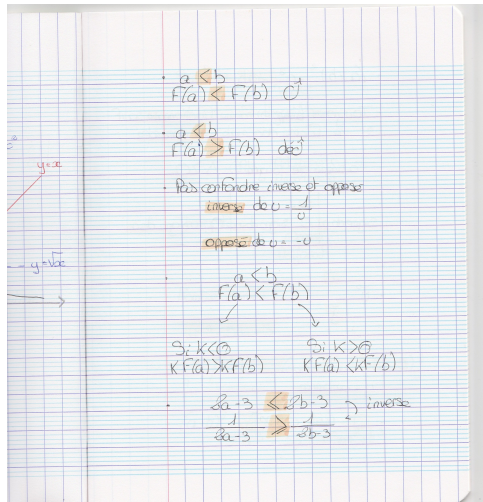
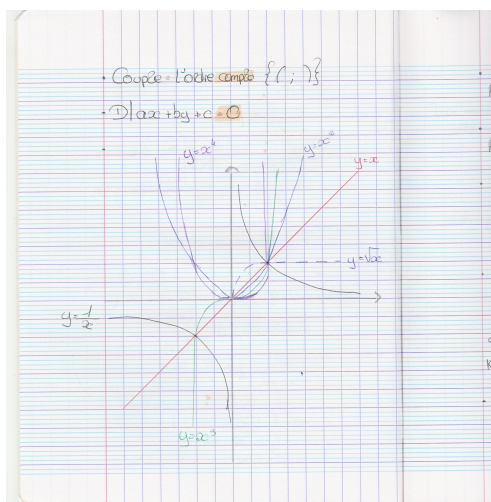
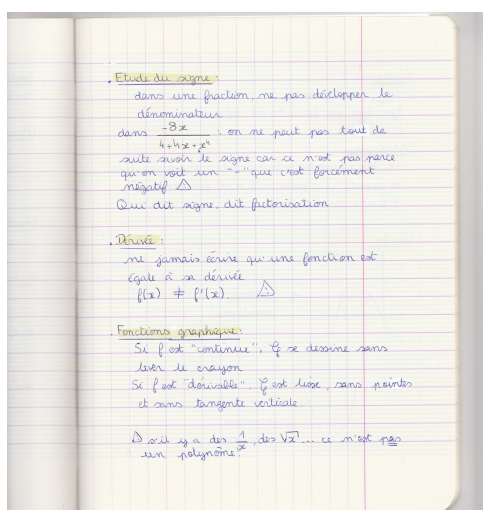
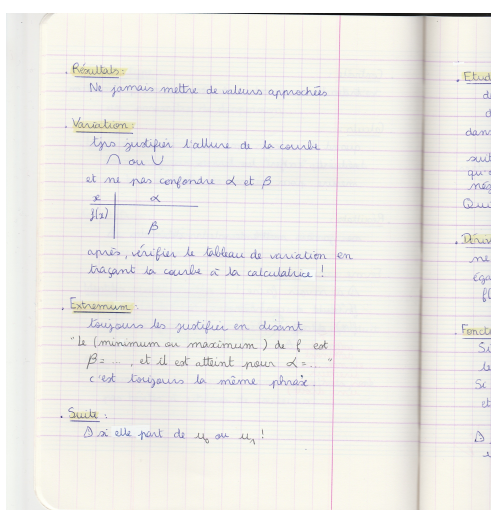
B. Le "cahier d'erreurs"

Outre son cahier de mathématiques, je demande à chacun de mes élèves de disposer d'un **"cahier d'erreurs"**, dans lequel il notera ses erreurs assorties d'un **"conseil qu'il se donne à lui-même pour ne plus la commettre"**, et de tout commentaire qu'il jugera utile pour progresser.

Ce cahier d'erreurs est un compagnon d'apprentissage, que l'élève enrichit au fur et à mesure des exercices corrigés en classe, des devoirs maison, des corrections de contrôle.

La difficulté vient de l'analyse des erreurs, qui est parfois difficile ; j'utilise donc les heures d'accompagnement personnalisé pour encadrer les élèves dans cette démarche, et ils deviennent peu à peu autonomes au fur et à mesure qu'ils se rendent compte que ce dispositif les fait effectivement progresser.

Exemples de "cahiers d'erreurs" :



C. Les ateliers d'analyse d'erreurs

Après avoir rendu des copies de devoirs maison ou de devoir surveillé, et après avoir travaillé sur la correction, j'organise régulièrement des **"ateliers d'analyse d'erreurs"**.

Je fournis aux élèves un "assortiment" d'erreurs "intéressantes" que j'ai collectées en corrigeant le devoir, et je leur demande de les analyser : **"Quelle erreur a été commise, et surtout, pourquoi ?"**

Il s'agit d'un travail de réflexion en groupe, qui permet d'apprivoiser l'erreur, et la reconnaître comme "normale" en étant confronté aux erreurs des autres. De plus, se questionner sur les causes des erreurs permet d'approfondir réellement les notions sous-jacentes.

1.a) Supposons (P_n) vraie et montrons que (P_{n+1}) vraie.

$$u_{n+1} = 0,95 u_n + 76 \geq 1520$$

$$0,95 u_n \geq 1444$$

$$u_n \geq 1520$$

Donc (P_{n+1}) est vraie.

1.b) On cherche $u_{n+1} - u_n > 0$

$$u_{n+1} - u_n > 0$$

$$0,95 u_n + 76 - u_n > 0$$

$$-0,05 u_n + 76 > 0$$

$$-0,05 u_n > -76$$

$$u_n < 1520$$

Donc (u_n) décroissante.

2.a) Si u_n géométrique alors $u_{n+1} = q \cdot u_n$.

Donc $u_{n+1} = u_{n+1} - 1520$

$$= 0,95 u_n + 76 - 1520$$

Or $u_n = u_n + 1520$

$$= 0,95 (u_n + 1520) - 1444$$

$$= 0,95 u_n + 1444 - 1444$$

$$= 0,95 u_n$$

FIGURE 5 – Extrait de l'atelier d'analyse d'erreurs du DS01

"f" est constante sur l'intervalle $[0,6]$:

1. élève : $f(0) = \frac{1}{2}$ et $f(6) = \frac{7}{4}$, donc f est croissante.

2. élève : $u_1 = \frac{11}{2}$; $u_2 = \frac{47}{39}$; $u_3 = \frac{219}{203}$; $u_4 = \frac{1063}{1031}$ et $u_0 = 3$.

Or $u_4 < u_0$, donc la fonction f n'est pas croissante sur l'intervalle $[0,6]$.

FIGURE 6 – Extrait de l'atelier d'analyse d'erreurs du DS02

$f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ et $f(x) = \frac{x^3 + x^2 + 1}{3x} = \frac{x(x^2 + x) + 1}{3x} = \frac{x^2 + x + 1}{3}$

autre élève : $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

la courbe Cf est donc décroissante de $+\infty$ à a , puis croissante de a à $+\infty$.

autre élève : "Donc Cf > 0".

FIGURE 7 – Extrait de l'atelier d'analyse d'erreurs du DS03

Les supports des ateliers d'analyse d'erreurs sont joints en annexe avec les sujets de devoirs surveillés.

D. Les "recettes", des automatismes mal compris.

Parmi les erreurs les plus courantes on trouve celles générées par de **"faux automatismes"**.

La nécessité de développer des automatismes, en particulier de calcul, chez les élèves est indiscutable.

D'après le rapport Torossian-Villani (2018), « les activités routinières de calcul permettent de gagner de l'aisance, de la fluidité, de la flexibilité, d'acquiescer des automatismes (destinés à libérer la charge cognitive et la mémoire de travail). Avec un peu d'entraînement, les élèves réussissent ce type d'activités, ce qui développe leur plaisir à faire des mathématiques et les aide à progresser. »

Cependant il ne faut pas confondre automatisme (une procédure dont on a d'abord compris le sens, et ensuite automatisé la mise en œuvre) et "recette".

J'appelle "recette" une procédure dont l'on ne comprend pas le sens, mais que l'on exécute sans se demander ce que l'on fait exactement. C'est par exemple le cas lorsque l'on a une "simplification abusive" de fraction : l'élève a "vu la même chose" au numérateur et au dénominateur, alors il a barré cet élément. Dans ce cas, je propose à l'élève de factoriser systématiquement avant de simplifier : cela lui permet de savoir exactement quelle opération il est en train de faire.

Cependant, comme on en voit un exemple dans l'extrait ci-contre, cette procédure peut mettre à jour un autre problème sous-jacent, celui de la factorisation. Mais c'est en découvrant ainsi les incompréhensions qui sous-tendent les erreurs commises que l'on se donne une chance de "combler les lacunes" des élèves.

$$\frac{x(x^2 + x) + 1}{3x}$$

Une autre "recette" classique est celle qui consiste à résoudre des équations en "passant les termes de l'autre côté du signe =". Beaucoup d'élèves ne comprennent absolument pas à quoi correspond cette procédure et sont incapables, lorsque je le leur demande, de préciser à quelle opération mathématique correspond leur démarche. S'en suivent des "erreurs de signes" qui sont souvent depuis des années abandonnés au rayon "erreur d'étourderie" sans que la cause fondamentale en soit traitée.

A ces élèves, je demande, pendant une période de temps donnée, par exemple un mois, d'écrire toutes les opérations qu'ils font lorsqu'ils résolvent une équation, pour s'assurer qu'ils respectent bien les règles de calcul sur les égalités. Soit cela règle le problème, soit cela permet de détecter une autre notion incomprise (développement, calcul sur les nombres relatifs, etc...).

$$2k-1=3$$

$$2k=2$$

$$k=1$$

En cas de "faux automatismes", il me semble donc pertinent et efficace (même si c'est parfois un travail de longue haleine) de revenir au *sens de l'opération mathématique* que l'on est en train de faire.

5. Accompagner les élèves en difficulté

A. Repérer les élèves fragiles, accompagner les difficultés ponctuelles

Comme je l'expliquais dans le paragraphe dédié aux méthodes de travail, les *mini-tests quotidiens* sont un feedback sur lequel je m'appuie pour repérer aussi bien des difficultés ponctuelles que des élèves ayant des fragilités plus profondes.

Mais certains élèves ont simplement besoin d'une aide ponctuelle. Par exemple, cette année, Tom D., l'un de mes élèves de Terminale, s'est blessé durant les vacances de la Toussaint en tombant d'une falaise : il s'est fracturé deux vertèbres, a été hospitalisé, puis a dû rester alité pendant plusieurs semaines.

Pour qu'il ne prenne pas de retard, mais surtout pour qu'il garde "un pied dans la classe" avec ses camarades, ce qui l'a aidé à garder un bon moral, j'ai *filmé les parties des cours* que je ne pouvais pas lui envoyer par mail ou lui mettre à disposition sur mon site^a. Je compressais ensuite les vidéos, et les lui envoyais via un service de transfert de fichiers.

Non seulement ce dispositif lui a permis de ne pas prendre de retard du tout (il revient en classe, avec un corset, et suit parfaitement, au même rythme que ses camarades), mais ces vidéos l'ont vraiment soutenu moralement, et ont permis de souder la classe autour de lui.

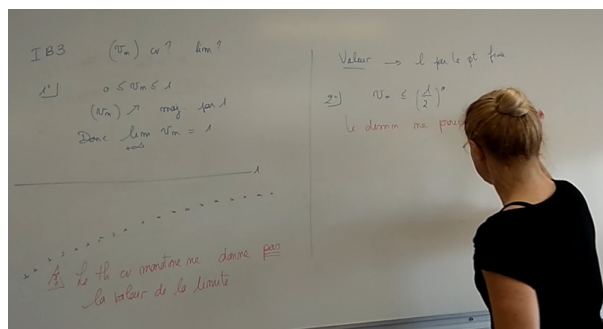


FIGURE 8 – Atelier d'analyse d'erreurs filmé pour Tom D.

a. Voir paragraphe B

L'année dernière, j'ai été confrontée à un autre type de difficultés individuelles, le *cas des élèves allophones*. Dans ma classe de seconde, j'avais une élève, Fatiha B., qui arrivait d'Espagne et parlait encore mal français, et un autre élève, Deochrist B., qui venait d'Inde, parlait couramment anglais, mais encore assez mal français.

Pendant quelques mois, le temps qu'ils affinent leur maîtrise de la langue française, j'ai donc fait classe en trois langues (français, anglais et espagnol), et traduit mes cours pour eux.

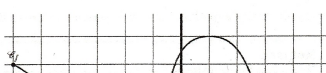
∀ : cualquier que sea

2. Extremums

Pour les latinistes : le véritable pluriel du mot extremum serait plutôt extrema; certains ouvrages utilisent cette dénomination.

Définition 6.3 Soit une fonction f , définie sur un intervalle I , et $a \in I$.
 Si $\forall x \in I$, $f(x) \leq f(a)$, on dit que f a un maximum (global ou absolu) en a .
 Si $\forall x \in I$, $f(x) \geq f(a)$, on dit que f a un minimum (global ou absolu) en a .
 Si $\exists \delta > 0$ tel que $\forall x \in I$, $f(x) \leq f(a)$ (resp. $f(x) \geq f(a)$), on dit que f a un maximum (resp. minimum) local en a .

*es un máximo/local si solo consideramos la función alrededor de a .



C'était un concours de circonstances, mais cette situation a eu de nombreux effets positifs inattendus :

- Le groupe classe, qui au départ n'était pas très investi dans les apprentissages, a été séduit par "l'exotisme" de la situation, impressionné par les efforts que fournissaient ces élèves, par leur courage et leur ténacité, et s'est beaucoup plus impliqué dans le travail.
- Le contenu du cours a été enrichi par des notions qui sont par exemple abordées en Espagne mais pas en France, et avec lesquelles je devais faire des "ponts" pour aider Fatiha à construire une continuité dans ses apprentissages (notion de fonction réciproque par exemple)
- Beaucoup d'élèves m'ont posé des questions sur la version anglaise du cours, que certains comprenaient assez bien, et ont enrichi leur vocabulaire par la même occasion : il y avait presque un cours de "DNL" intégré au cours de mathématiques "classique"
- Je suis très à l'aise en anglais, mais je n'avais pas parlé espagnol depuis 35 ans, alors mes débuts ont été difficiles, et Fatiha et moi avons construit son cours ensemble. Mais à me voir ainsi tâtonner, essayer, me tromper, non seulement elle a pris confiance en elle au sein du groupe, mais elle a aussi pris confiance en mathématiques. ***Toute la classe s'est mise à "oser essayer"*** quand je proposais des exercices : c'est une chose de les inciter à accepter leurs erreurs et à oser se tromper, mais il est visiblement encore beaucoup plus efficace de se tromper soi-même devant eux et de leur montrer que l'on peut prendre nos erreurs avec le sourire et une attitude constructive.

Avec un peu d'imagination, il est possible d'accompagner ainsi des difficultés individuelles, et les solutions que l'on met en place pour résoudre des "cas particuliers" sont souvent profitables au groupe dans son ensemble. C'est ainsi qu'au départ, l'idée de coder un site internet¹³ sur lequel je mettrais mes cours à disposition est venue d'un élève que j'avais en troisième en 2005 et qui a malheureusement dû se battre contre un lymphome. Il était souvent absent pour ses séances de chimiothérapie, et mon objectif de départ a été de lui permettre de "garder un pied dans la classe", c'est-à-dire dans la vie "normale" d'un enfant de son âge, de garder un lien avec ses camarades, et de ne pas se sentir étranger lorsqu'il revenait en classe. Cette solution a été plus pertinente que je ne m'y attendais, puisqu'il a pu valider son année de troisième, obtenir son brevet avec mention, passer en seconde et a ensuite brillamment réussi au lycée.

Certains de ces enfants qui traversent une période difficile sont vraiment des modèles de courage et de persévérance, et si l'on parvient à construire des outils adaptés pour les aider à réussir, ils peuvent devenir des éléments moteurs dans la réussite de leurs camarades.

B. Aider à reconstruire les savoirs fondamentaux des élèves fragiles

Les différents dispositifs pédagogiques que je mets en place me permettent d'assez bien repérer les élèves dont le socle de connaissances et de compétences est trop fragile pour leur permettre de progresser sereinement dans les apprentissages¹⁴. Pour ces élèves, une différenciation est nécessaire.

Je la mets en œuvre sous forme d'**ateliers thématiques**, principalement en classe de seconde, mais parfois aussi en Première ou en Terminale si c'est nécessaire.

Il s'agit d'un "couplage" entre une feuille de TD incluant des rappels de cours et de méthodes, et d'une vidéo mise en ligne¹⁵, une sorte de "tutoriel", qui reprend les fondamentaux du thème abordé.

Je demande aux élèves de visionner la vidéo en amont de la séance, mais il s'agit plus de différenciation de "classe inversée".

- Les élèves les plus performants ont souvent seulement besoin qu'on leur "rafraîchisse la mémoire" sur ces sujets (fractions, calcul sur les nombres relatifs, réduction, développement d'une expression littérale, etc...). Ceux-là regardent la vidéo, et quand ils arrivent en classe ils peuvent s'approprier les exercices proposés sur la feuille de TD de manière autonome. Cette feuille, si elle commence par des exercices élémentaire pour les plus fragiles, propose ensuite des exercices progressivement plus difficiles, jusqu'à certains exercices "pour les plus rapides" qui relèvent parfois de la virtuosité. A ces élèves performants, je propose pendant la séance d'avancer à leur rythme (rapide) pour qu'ils puissent rapidement aborder les exercices de niveau supérieur.
- Quand aux élèves plus en difficulté, à qui ces séances sont plus particulièrement destinées, le visionnage de la vidéo, s'il leur rafraîchit la mémoire, ne suffit certainement pas à lever toutes les incompréhensions qu'ils ont sur le thème abordé. C'est à eux que je vais donc consacrer la plupart de mon temps et de mon attention pendant la séance (qui se fait si possible en demi-groupe). A eux aussi, je demande de travailler à leur rythme, et j'insiste sur le fait qu'ils n'ont pas du tout l'obligation de "terminer la feuille", que l'on est là pour chercher de la "qualité" (c'est-à-dire la compréhension profonde de ce que l'on fait et de pourquoi on le fait) et non de la "quantité". Ces séances sont le moment privilégié pendant lequel on peut détailler sa démarche

13. Voir paragraphe B

14. Les résultats des évaluations faites en début de seconde n'arrivent malheureusement qu'à la fin du premier trimestre

15. Voir paragraphe C

(*"quelle opération mathématique es-tu en train de faire exactement, et pour quelle raison ?"*), déconstruire les "faux automatismes" évoqués au paragraphe D, et se poser sereinement la question du **sens des apprentissages**.

Compte tenu de l'organisation de ces séances, je ne peux pas corriger en classe tous les exercices proposés sur la feuille de TD ; c'est pourquoi j'en mets un corrigé détaillé à disposition sur mon site¹⁶, auquel les élèves pourront se référer au fur et à mesure qu'ils avanceront dans les exercices proposés, tout en sachant que je suis évidemment toujours à leur disposition pour répondre à toute question qu'ils pourraient se poser sur ces exercices.

Atelier "Fractions" (sans calculatrice)

Simplification de fractions: forme irréductible.

- Visionner la vidéo sur Youtube : "Décomposition d'un entier en facteurs premiers", en particulier le calcul du Pgcd de deux entiers et la mise sous forme irréductible d'une fraction.

Exercice 0 : En utilisant une décomposition en facteurs premiers, rendre les fractions suivantes irréductibles :

$\frac{108}{156}$; $\frac{120}{105}$; $\frac{180}{162}$; $\frac{216}{720}$

Mise au même dénominateur, addition, soustraction.

- Visionner la vidéo sur Youtube : "Fractions 1: Mise au même dénominateur, addition, soustraction".

Propriété 1 : Soit une fraction. On a le droit de multiplier ou de diviser son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul : cela ne change pas la valeur de la fraction.

Exercice 1 : En utilisant la propriété ci-dessus, mettre au même dénominateur les couples de fractions suivants :

- $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{3}$
- $\frac{3}{4}$ et $\frac{7}{3}$
- $\frac{12}{7}$ et $\frac{1}{8}$
- $\frac{7}{15}$ et $\frac{4}{3}$

AVANT d'additionner ou de soustraire deux fractions, il faut qu'elles aient le même dénominateur ; pour cela, on les met au même dénominateur comme ci-dessus. Ensuite, on peut les additionner ou les soustraire grâce à la P12 :

Propriété 2 : Additionner ou soustraire deux fractions qui ont le même dénominateur. Pour additionner deux fractions qui ont le même dénominateur, on additionne leurs numérateurs et on garde le dénominateur qu'elles avaient : $\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{d}$. Pour soustraire deux fractions qui ont le même dénominateur, on soustrait leurs numérateurs et on garde le dénominateur qu'elles avaient : $\frac{a}{d} - \frac{b}{d} = \frac{a-b}{d}$.

Exercice 2 : Effectuer les additions suivantes, et donner le résultat sous forme irréductible : (écrire les calculs)

- $\frac{8}{3} + \frac{5}{3}$
- $\frac{7}{3} + \frac{5}{3}$
- $\frac{3}{20} + \frac{17}{20}$
- $\frac{6}{4} + \frac{9}{3}$
- $\frac{10}{15} + \frac{30}{2}$

Exercice 3 : Même consigne avec les soustractions :

- $\frac{3}{14} - \frac{2}{14}$
- $\frac{3}{4} - \frac{2}{5}$
- $\frac{7}{2} - \frac{12}{3}$
- $\frac{10}{6} - \frac{9}{7}$
- $\frac{7}{1} - \frac{34}{3}$
- $15 - \frac{7}{2}$

Multiplication, division.

- Visionner la vidéo sur Youtube : "Fractions 2: Multiplication, division, enchaînement de calculs".

Avec des fractions, la multiplication est plus facile que l'addition et la soustraction : on n'a pas besoin que les deux fractions aient le même dénominateur.

Propriété 3 : Pour multiplier deux fractions, on multiplie leurs numérateurs entre eux et leurs dénominateurs entre eux : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$.

Exemple : $\frac{12}{5} \times \frac{7}{41} = \frac{12 \times 7}{5 \times 41} = \frac{84}{205}$.

Exercice 4 : Effectuer les multiplications suivantes, et donner le résultat sous forme irréductible.

- $\frac{3}{4} \times \frac{2}{6}$
- $\frac{3}{7} \times \frac{15}{3}$
- $\frac{18}{13} \times \frac{5}{3}$
- $15 \times \frac{7}{4}$

Rappel : $15 = \frac{15}{1}$

Définition 1 : Pour obtenir l'inverse d'une fraction, il suffit d'inverser son numérateur et son dénominateur. L'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$.

Exercice 5 : Donner l'inverse des fractions suivantes :

- $\frac{7}{3}$
- $\frac{18}{4}$
- $\frac{1083}{108402}$
- $6,5$

Propriété 4 : Pour diviser une fraction par une autre, on multiplie la première fraction par l'inverse de la deuxième fraction : $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$.

Attention : On n'inverse que la deuxième fraction !

Exemple : $\frac{5}{12} \div \frac{16}{3} = \frac{5}{12} \times \frac{3}{16} = \frac{5 \times 3}{12 \times 16} = \frac{15}{192}$.

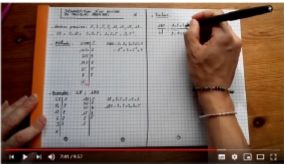
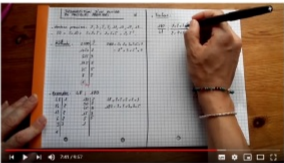
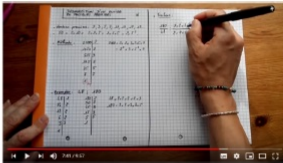
Exercice 6 : Effectuer les divisions suivantes, puis donner le résultat sous forme irréductible.

- $\frac{2}{6} \div \frac{4}{3}$
- $\frac{12}{13} \div \frac{6}{8}$
- $\frac{3}{2} \div 5$
- $7 \div \frac{15}{4}$

Pour les plus rapides :

Exercice 7 : Calculer chacune des expressions suivantes et donner le résultat sous forme irréductible :

- $A = \frac{3}{4} \div \frac{5}{8} \times \frac{1}{2}$
- $B = \frac{1}{5} \times (\frac{2}{7} + \frac{1}{8})$
- $C = \frac{7}{4} \times (\frac{1}{5} : (\frac{5}{8} - \frac{1}{4}))$
- $F = (\frac{5}{2} \times \frac{3}{4}) \times (\frac{3}{10} + \frac{4}{25})$

C. Accompagner les élèves à besoins particuliers : dispositif "Coup de Pouce"

Bien entendu, en cas de difficultés plus pérennes, comme la dyslexie par exemple, je propose des accompagnements adaptés comme la mise à disposition des cours dactylographiés, ou de cours en format pdf pour un élève mal voyant que j'ai eu en première S en 2013 et pour qui j'ai tapé toutes les corrections d'exercices (il se trouve que LaTeX génère des pdf de suffisamment bonne qualité pour qu'ils soient confortables à lire, moyennant l'adaptation des fontes et de la mise en page, avec le logiciel qu'utilisait cet élève).

En ce qui concerne les élèves à besoins particuliers, je participe au dispositif "Coup de Pouce" ; c'est un

16. Voir paragraphe B

dispositif d'accompagnement des élèves spécifique au lycée Berthelot, qui vise à accompagner dans leur scolarité les élèves souffrant de troubles dys, de troubles du spectre autistique, ou les élèves à haut potentiel qui s'intègrent parfois mal dans le système scolaire. C'est un travail d'équipe, mais chacun des membres de "Coup de Pouce" est spécialisé dans l'accompagnement d'élèves ayant certains types de difficultés, selon les compétences de chacun. Je m'occupe principalement d'élèves EIP ^a ou souffrant de troubles du spectre autistique.

J'ai d'ailleurs organisé pour l'équipe une **formation sur l'accompagnement des troubles du spectre autistique**, à l'occasion de laquelle une pédo-psychiatre est venue nous proposer, sous forme d'atelier-débat, des pistes pour l'accompagnement de ces enfants.

Cette année, je prends en charge une élève très atypique, [*Cette partie contenait des informations personnelles sur une élève*]. C'est une jeune fille intellectuellement précocée, mais qui a de très grandes difficultés relationnelles, à la fois avec ses camarades de classe, les jeunes de son âge, et les adultes.

Toujours dans le cadre de "Coup de Pouce", j'organise pour mes collègues les lundi 6 et 13 janvier deux séances d'initiation au **Training autogène de Schultz** ^b, une méthode de gestion du stress. Il s'agit d'une démarche proche de celle de la sophrologie, qui est utilisée par exemple dans le traitement des phobies, mais aussi par les sportifs de haut niveau dans la gestion du stress lié aux compétitions.



Accompagnement
des élèves avec
haut potentiel,
trouble dys, ou
forme d'autisme.

a. Enfants intellectuellement précoces

b. J.H. Schultz, Das Autogene Training, Leipzig, THIEME, 1932

D. Apprendre à gérer son stress

Dans "La malnutrition est plus risquée pour le cerveau que les écrans" ¹⁷, Stanislas Dehaene affirme que : *« Des recherches chez l'animal ont clairement démontré que le stress et l'anxiété peuvent complètement bloquer le processus d'apprentissage. Le réseau neuronal se fige et n'apprend plus. »*

Par ailleurs, selon le rapport de l'OCDE présentant les résultats de l'évaluation PISA 2015, dans le volume consacré au bien-être des élèves, on lit que *« l'anxiété liée au travail scolaire est en relation négative avec les résultats scolaires et la satisfaction à l'égard de la vie. »* ¹⁸

La question de l'anxiété et du stress sont donc des sujets fondamentaux à adresser lorsque l'on essaie d'accompagner efficacement les élèves dans les apprentissages, c'est pourquoi je propose plusieurs pistes pour aider les élèves à mettre en place des stratégies de gestion du stress.

- Comme détaillé ci-dessus, en complément des séances de sophrologie proposées par notre infirmière, je vais proposer à mes collègues de "Coup de Pouce" de se former au training autogène, afin d'en faire éventuellement profiter les élèves qui relèvent de ce dispositif
- Je fais passer la quasi-totalité des devoirs surveillés en "conditions d'examen" (places attitrées, copies fournies, aucun programme accessible sur les calculatrices, aucun échange de matériel), et en "conditions de Bac" pour les terminales. Même si cela peut sembler de prime abord un facteur aggravant en ce qui concerne l'angoisse liée au contrôle, les élèves n'en sont plus affectés une fois passé l'effet de surprise, et le jour de l'épreuve, le stress lié à la solennité de l'organisation est "dilué par l'habitude". Le stress étant une réponse de l'organisme à une situation nouvelle nécessitant une adaptation ¹⁹, l'idée est de faire que la situation ne soit plus nouvelle, et que les élèves aient eu le temps d'apprendre à s'y adapter.
- Que ce soit lors de la remise des copies de devoirs surveillés, des ateliers d'analyse d'erreur ou des bilans de fin de trimestre, j'essaie au maximum de **relativiser l'importance des notes**. Je concentre mes commentaires sur les "erreurs utiles", sur la progression globale et sur l'appréciation qualitative du travail fourni.

Je propose également aux élèves en difficulté un "plan de progression", et leur demande de **se fixer des objectifs accessibles**. Par exemple, augmenter sa note de 2 points au prochain devoir surveillé ; et cela motive une analyse d'erreurs approfondie sur le thème *"cherche dans ta copie les deux points que tu pouvais très bien ne pas perdre"*.

Je leur explique qu'après un devoir "raté", se dire *"j'aurai 20 la prochaine fois pour me rattraper"* est totalement contre-productif. Cela installe les conditions d'un échec : l'objectif est si haut, que même s'ils en sont capables, l'angoisse qu'il génère les empêchera de l'atteindre. En se fixant comme objectif

17. Amandine Hirou et Anne Rosencher, "La malnutrition est plus risquée pour le cerveau que les écrans", interview de Stanislas Dehaene in L'Express, 4 septembre 2018

18. Rapport du Programme international de l'OCDE pour le suivi des acquis des élèves (PISA) 2018

19. Hans Selye, The stress of life (Le Stress de la vie), 1956

"je prends deux points de plus que la dernière fois", ils se donnent les moyens de prendre en main leur réussite. Au devoir suivant, ils sont attentifs aux points qu'ils "peuvent ne pas perdre", et se démènent davantage sur chaque question pour "aller chercher ces deux points". En général, ils améliorent leur note de beaucoup plus que deux points...

- Pour les élèves les plus anxieux, je propose de "**déplacer l'objectif**". Comme il s'agit en général d'une anxiété liée aux résultats, je leur propose, au dos des mini-tests par exemple, de noter leur stress sur une échelle de 1 à 5. Leur nouvel objectif n'est plus de réussir le mini-test, mais de faire baisser ce "score de stress". Pour des élèves très sujets à l'angoisse, il arrive ainsi que je ne compte pas les notes de mini-test pendant quelques semaines, et que je les remplace par une évaluation qualitative dans mon commentaire sur leur bulletin. Étant donné le coefficient relatif des mini-tests, cela n'a pas beaucoup d'influence sur leur évaluation globale, mais ils prennent mieux conscience de leur état d'angoisse et de la nécessité de régler en priorité ce problème car il nuit réellement aux apprentissages. Souvent cette démarche suffit à réduire leur stress en évaluation, et si ce n'est pas le cas, ils ont suffisamment pris conscience de l'impact de leur état psychique sur leurs résultats pour accepter d'être pris en charge par des professionnels compétents.

6. La place des nouvelles technologies dans les apprentissages

A. Une communication par mail efficace

Pour essayer de réduire l'écart entre les élèves qui disposent d'une aide à la maison ou bien de cours particuliers et les autres, je mets à la disposition de mes élèves une adresse e-mail dédiée à laquelle ils peuvent me joindre pour me poser leurs questions, en joignant éventuellement une photographie de leurs calculs car ceux-ci sont difficiles à taper en mode texte.

Ce médium est aussi utile aux élèves réservés qui n'osent pas poser de questions en classe devant leurs camarades.

Être disponible par mail semble anodin, mais le fait de pouvoir me contacter le soir ou le week-end, ou juste avant un devoir surveillé s'ils se sentent angoissés semble compter aux yeux de mes élèves, comme en témoigne Raphaël B. dans le mail ci-dessous.

« *Bonjour madame,*

Je vous adresse ce message pour vous remercier de l'année que j'ai passé en mathématiques. Vous nous avez donné l'envie d'apprendre et cela m'a permis de faire des progrès considérables cette année. Je tiens aussi à vous remercier pour votre disponibilité par mail qui a contribué à cette progression. »

B. Un site internet dédié

Pour faciliter l'échange de documents avec mes élèves (les circonstances qui ont présidées à la création de ce site sont évoquées au paragraphe A), j'ai codé il y a quelques années un site internet que j'essaie de faire évoluer pour l'adapter à leurs besoin.

Tous les documents pédagogiques, ainsi que les progressions et certains documents d'approfondissement ou de remédiation sont disponibles sur ce site internet, **<http://maths.langella.free.fr>**. Cela permet aux élèves de rattraper les cours en cas d'absence, et aux parents de connaître précisément le contenu des enseignements. C'est un complément utile au cahier de textes et à l'ENT.



De plus, les élèves dyslexiques peuvent venir en classe avec le document de cours déjà imprimé, et le format pdf peut être suffisamment agrandi pour convenir à des mal-voyants.

Ce support est également un outils de différenciation des pratiques pédagogiques.

Les élèves fragiles y trouveront les cours des années précédentes, ainsi que des fiches d'exercices corrigés pour s'entraîner, en parallèle avec les vidéos correspondantes (voir paragraphe C).

Les élèves les plus "à l'aise", y trouveront des activités d'approfondissement qui permettent d'aller un peu plus loin que les activités proposées en classe.

C. Une chaîne Youtube en parallèle

Pour permettre une différenciation et une individualisation encore plus pertinente des apprentissages, j'ai créé une chaîne sur la plateforme Youtube.

J'y mets à disposition l'explication de certains points techniques (utilisation de la calculatrice, tracé des termes d'une suite), ainsi que des "tutoriels" de révision sur le calcul littéral (comment développer, factoriser, résoudre une équation) ou d'autres points faibles repérés chez mes élèves. Le format vidéo permet à chacun de *travailler à son rythme*, en faisant "pause" ou en repassant la vidéo autant de fois que nécessaire.

Afin d'aider les élèves de Terminale S à s'approprier certaines des démonstrations au programme ("ROC"), en complément de la démonstration faite en classe, je propose une vidéo de celle-ci, qui, de la même manière, leur permet de travailler à leur rythme.



D. Algorithmique, programmation en Python, enseignement SNT

Les algorithmes font depuis longtemps partie des sujets de Baccalauréat, et depuis quelques années déjà, en travaux pratiques, en dehors des classiques Geogebra et Excel, j'ai commencé à introduire le langage Python. Mes élèves de Terminale S ont des parcours très hétérogènes en ce qui concerne l'algorithmique est la programmation; certains ont utilisé Scratch au collège, d'autres Algobox au lycée, d'autres encore ont commencé à travailler en Python en première S l'an dernier.

Je pars donc souvent d'un algorithme extrait d'un sujet de Baccalauréat écrit en "langage naturel", donné ou partiellement donné dans le sujet, ou bien à créer par l'élève.

Je leur laisse ensuite le choix du support : ils peuvent passer par Algobox avant d'écrire le code en Python si cela les rassure, ou bien transcrire directement l'algorithme en Python. Ensuite, j'essaie de leur faire coder de petits programmes très courts en Python inspirés de ce premier algorithme.

L'entrée dans les programmes de lycée de la programmation, et en particulier de la programmation en Python, m'a incitée à mieux me former pour maîtriser ce langage.

Il me semblait nécessaire, même si j'utilisais déjà un peu Python, de suivre une véritable formation afin d'avoir le recul nécessaire à la construction de cours pertinents.

C'est pourquoi j'ai suivi cet été la formation OpenClassrooms sur la programmation Python, et obtenu ma certification le 30 août 2019.

La montée en compétence des élèves dans le domaine de l'algorithmique et de la programmation est tangible en classe de Seconde, où presque tous les élèves ont travaillé avec Scratch au collège, et où le passage à Python ne pose dans un premier temps qu'un problème de syntaxe et de mise en forme.

J'en profite pour leur demander une formalisation plus rigoureuse de leurs algorithmes, soit en "langage naturel" soit sous la forme d'un diagramme, et pour leur proposer la construction d'algorithmes plus élaborés. Vous trouverez des exemples de mise en œuvre de cette démarche dans l'annexe ?? page ??.

J'enseigne également cette année en SNT, en trinôme avec deux de mes collègues, et suis en charge des thèmes « Internet », « Le Web » et « Informatique embarquée ».

Dans le cadre de cet enseignement, j'aborde, souvent à l'aide de supports vidéos mais aussi en faisant appel à l'expérimentation directe de la part des élèves :

- L'histoire d'Internet, sa structure, la question de la "neutralité du Net"
- Ce que c'est qu'un site Web, comment il est codé et structuré, les problèmes liés au référencement



- Le fonctionnement des algorithmes qui sous-tendent les moteurs de recherche, le problème de la sécurité des données personnelles
- Les objets connectés, les assistants personnels, les problèmes de sécurité qu'ils peuvent poser
- Les voitures autonomes, les problèmes moraux liés à la robotisation, et l'expérience "Moral Machine" ²⁰

Je sais que dans le cadre de cet enseignement nous ne sommes pas censés faire coder les élèves, mais je n'ai pas pu résister à la tentation de leur proposer de coder leur propre page internet : il n'y a pas de meilleure façon de comprendre le fonctionnement d'un outil qu'en mettant directement "les mains dans le camboui".

Cette activité a eu lieu à la demande des élèves, et ce sont sans doute les séances de SNT qui les ont le plus intéressés et motivés : ils étaient tellement heureux de voir s'afficher leur page dans le navigateur !

Le langage HTML est très simple et il suffit de quelques minutes pour en comprendre le fonctionnement ; ils ont codé leur page dans un fichier .txt, puis ont simplement changé l'extension pour qu'elle s'affiche dans le navigateur. Nous avons obtenu des pages dont l'aspect « nineties » nous a ramené à l'étude que nous venions de faire de l'histoire d'internet ...

Mais les élèves ont enfin eu la sensation de *comprendre* cet outil qu'ils manipulent tous les jours, et peut-être certains s'orienteront ensuite vers la spécialité NSI.

Insérer des images

Il faut d'abord avoir une image. Vous pouvez vous en procurer en allant sur une page web, en faisant un clic droit sur une image, et en faisant "enregistrer sous". Attention, vous ne pouvez enregistrer que dans "Mes documents".

En HTML, les images sont caractérisées par la balise `<img>`.

La balise `<img>` a deux attributs : `src` et `alt`.

"`src`" (source) précise le nom du fichier image que l'on veut afficher, et "`alt`" (alternative) le texte qui s'affichera si le navigateur ne trouve pas le fichier image.

On doit aussi préciser la hauteur en pixels (`height`) et la largeur (`width`) de l'image.

Pour connaître la taille de votre image, faites un clic droit sur la fichier image que vous avez importé dans "mes documents", cliquez sur "Propriétés", puis sur l'onglet "Détails", en descendant vous devriez trouver la taille de votre image en pixels.

Exemple (extrait du code):

```
...
<h1>Le Corbeau et le Renard</h1>

```

Le Corbeau et le Renard



Maître Corbeau, sur un arbre perché,
Tenait en son bec un fromage.
Maître Renard, par l'odeur alléché,
Lui tint à peu près ce langage :
Et ! bonjour, Monsieur du Corbeau.
Que vous êtes joli ! que vous me semblez beau !
Dans le texte d'un paragraphe, on peut insérer un morceau de texte "cliquable",
comme *Si vous cliquez ici, vous irez sur mon site* au milieu du texte.
Sans mentir, si votre plumage
Se rapporte à votre plumage,
Vous êtes le Phénix des hôtes de ces bois.

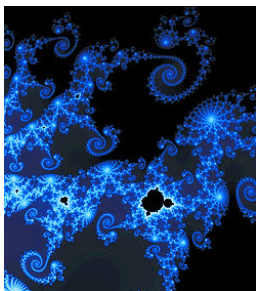
7. Conclusion

J'ai essayé de construire un système pédagogique aussi complet que possible, qui fasse une place à tous et qui essaie de répondre aux besoins de chacun.

J'espère nourrir l'ambition de nos élèves, leur permettre de s'ouvrir sur le monde, et leur donner les moyens de réussir, en les aidant à acquérir le goût de l'effort et des méthodes de travail efficaces.

Je crois que nos élèves méritent un enseignement de haut niveau, qui leur permette de réaliser leurs projets, si ambitieux soient-ils, c'est pourquoi je m'inscris dans une perspective d'exigence bienveillante pour tous.

20. <http://moralmachine.mit.edu/hl/fr>



Bibliographie

ANDRA, Marius (14 juillet 2010). « What is the Eisenhower Matrix ? » [archive], sur TimeGT.

ASTOLFI, Jean-Pierre. L'erreur, un outil pour enseigner, ESF.

BARUK, Stella (1973). Échec et maths, Seuil.

BARUK, Stella (1977). Fabrice ou l'école des mathématiques, Seuil.

BARUK, Stella (1985). L'Âge du capitaine - de l'erreur en mathématiques, Seuil.

BARUK, Stella (1993). C'est-à-dire, en mathématiques ou ailleurs, Seuil.

DEHAENE, Stanislas (2010). La bosse des maths, Odile Jacob.

DEHAENE, Stanislas, « Les quatre piliers de l'apprentissage », in ParisTech Review, (7 novembre 2013)

DUVAL R. et EGRET M.A.(juillet 1993). Introduction à la démonstration et apprentissage du raisonnement déductif : Repère IREM.

HIROU, Amandine et ROSENCHER Anne (4 septembre 2018). « La malnutrition est plus risquée pour le cerveau que les écrans », interview de Stanislas DEHAENE, dans le magazine L'Express,.

PELLERIN, Hugo, « L'un d'eux » [en ligne], [https ://monsieursamovar.wordpress.com](https://monsieursamovar.wordpress.com) (12 octobre 2016)

Rapport PISA (Programme international de l'OCDE pour le suivi des acquis des élèves), 2018, site de l'OCDE.

ROYER, Monique, « En faisant de nos élèves des aristocrates », in *Les portraits du jeudi*, Les cahiers pédagogiques (17 novembre 2016)

SCHULTZ, Johannes Heinrich (1932). Das Autogene Training, Leipzig, THIEME.

SELYE, Hans (1956). The stress of life, McGraw Hill (en français Le Stress de la vie. Le problème de l'adaptation, Gallimard, coll. «L'avenir de la science», (1re éd. en 1962, 2e éd. en 1975).

SKINNER, Burrhus Frederic (1953). Science et comportement humain, Traduction française parue aux Éditions In Press en 2005.

Résultats du test TIMSS Advanced, [en ligne], [http ://timss2015.org/advanced/](http://timss2015.org/advanced/)

Rapport TOROSSIAN-VILLANI (Ministère de l'éducation nationale, 12 février 2018)

WIENER, Norbert (1950). Speech, langage and learning. The Journal of the Acoustical Society of America n°22