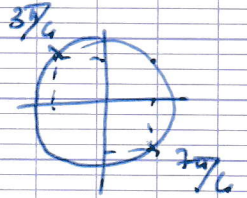


Ex 6

1°) $\forall (x, y) \in \mathbb{N}^2, xy \geq 1$
Faux, contre-exemple $x=0$ et $y=1$.

2°) $\exists! \theta \in [0; 2\pi], \cos \theta + \sin \theta = 0$
Faux, $\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$
et $\cos\left(\frac{7\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{7\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$
l'unicité est fautive.



3°) $\forall x \in \mathbb{R}^-, |x| = -x$
Vrai par définition de la valeur absolue!

6°) $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, x+y \geq 0 \Leftrightarrow (x \geq 0 \text{ et } y \geq 0)$
 faux, contre-exemple $x=2$ et $y=-1$
 $x+y = 1 \geq 0$ avec $y < 0$.

Q5

$$(a) (\exists x \in \mathbb{N})(\forall y \in \mathbb{N}^*) (|x-y| \geq 1)$$

$$\text{Négation: } (\forall x \in \mathbb{N})(\exists y \in \mathbb{N}^*) (|x-y| < 1)$$

L'assertion (a) est vraie, par $x=0$,
 $(\forall y \in \mathbb{N}^*) (|x-y| = |y| \geq 1)$
 car $y \in \mathbb{N}^*$.

$$(b) (\forall x \in \mathbb{N})(\exists y \in \mathbb{N}^*) (|x-y| \geq 1)$$

$$\text{Négation: } (\exists x \in \mathbb{N})(\forall y \in \mathbb{N}^*) (|x-y| < 1)$$

L'assertion (b) est vraie, $\forall x \in \mathbb{N}$, on prend $y = x+1 \in \mathbb{N}^*$,
 $|x-y| = |x-x-1| = |-1| = 1 \geq 1$.

$$(c) (\forall x \in \mathbb{N})(\forall y \in \mathbb{N}^*) (|x-y| \geq 1)$$

$$\text{Négation: } (\exists x \in \mathbb{N})(\exists y \in \mathbb{N}^*) (|x-y| < 1)$$

La négation de (c) est vraie. Par $x=y=1$, alors $|x-y|=0 < 1$.
 Donc l'assertion (c) est fausse.

Q6

1°) $\exists n \in \mathbb{R} : \forall x \in \mathbb{R}, f(x) \leq n$
(n est un majorant)

2°) $\forall n \in \mathbb{R}, \exists x \in \mathbb{R}, f(x) > n$

3°) $\exists n \in \mathbb{R} : \forall x \in \mathbb{R}, |f(x)| \leq n$

4°) $\forall n \in \mathbb{R}, \exists x \in \mathbb{R} : |f(x)| > n$

5°) $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) \neq 0$

6°) $\exists x \in \mathbb{R}, f(x) \neq 0$

(Négation de : $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = 0$)

