4°: Applications du théorème des trois rapports égaux sous GeoGebra.

1. Ouvrir une session avec votre login et votre mot de passe.

Votre Login et votre mot de passe vous ont été fournis en début d'année. Ce sont les mêmes que ceux que vous utilisez dans vos séances au CDI, par exemple.

3. Lancement du logiciel GeoGebra:

En bas à gauche de votre écran, cliquez sur le menu "Démarrer", puis sur "Programmes", et enfin sur "GeoGebra".

4. Exercice 82p246 avec GeoGebra:

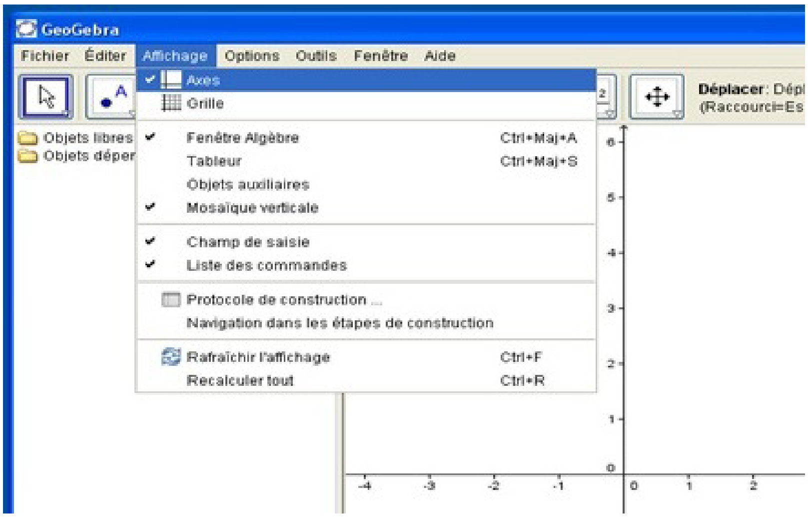
Quand GeoGebra se lance, il ouvre une fenêtre dans laquelle nous allons créer notre figure.

Nous allons faire l'activité 4 page 212; ouvrez le livre à cette page.

Masquer les axes:

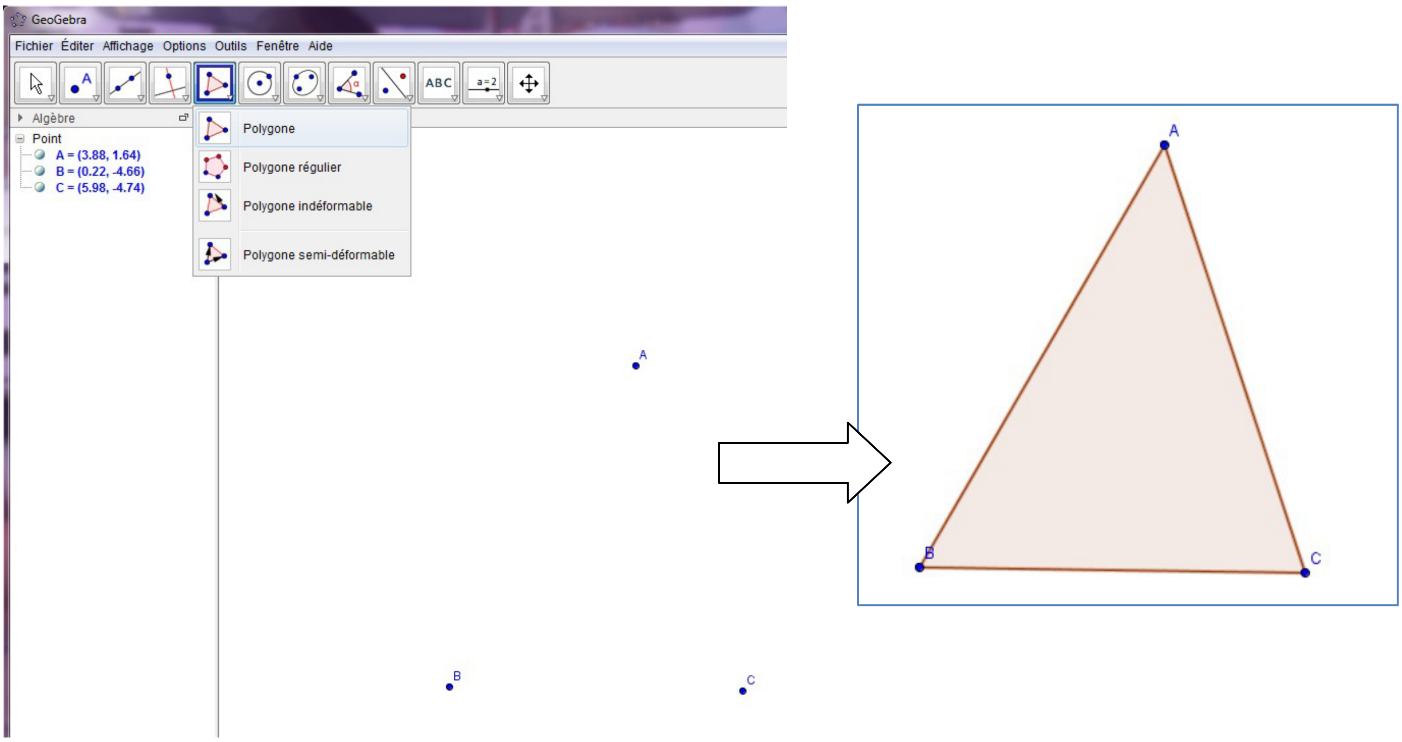
Par défaut, GeoGebra fait apparaître des axes. Comme nous n'en avons pas besoin (nous n'utiliserons pas les coordonnées des points), nous allons les masquer.

Pour cela, allez dans l'onglet "Affichage", en haut à gauche, et décochez la case "axes".

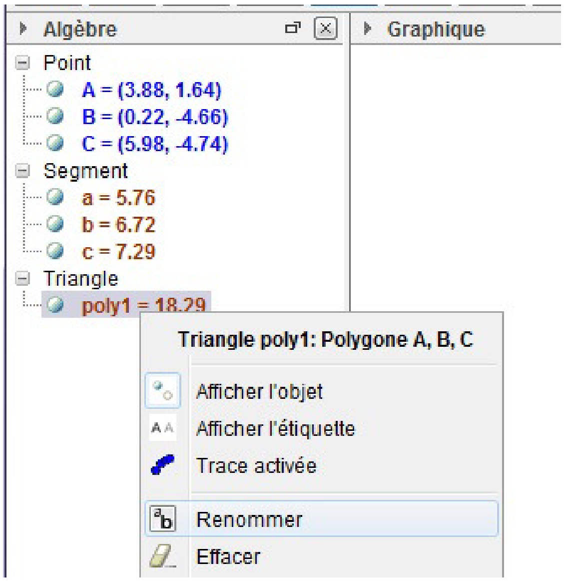


Construire la figure:

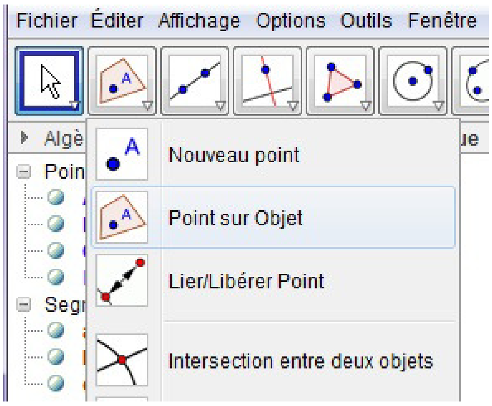
Créer un triangle ABC en plaçant trois points libres, puis en définissant le polygone ABC.



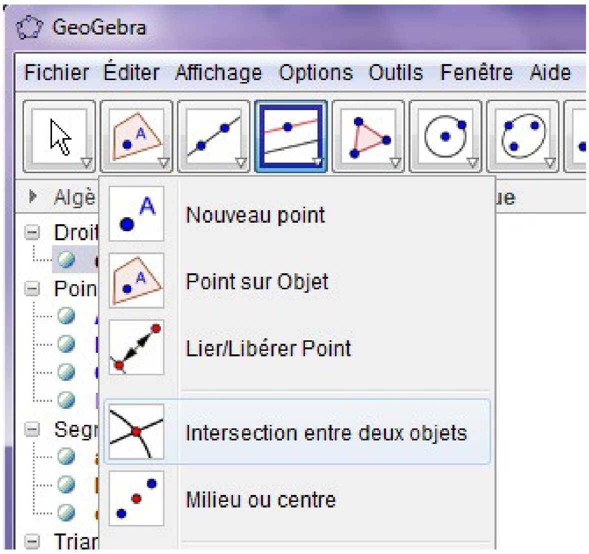
Dans la colonne de gauche apparaît "poly1" suivi d'une valeur. Il s'agit de l'aire du polygone 1 (le triangle ABC. Faire un clic droit pour renommer cette valeur en "aireABC" (tout attaché).

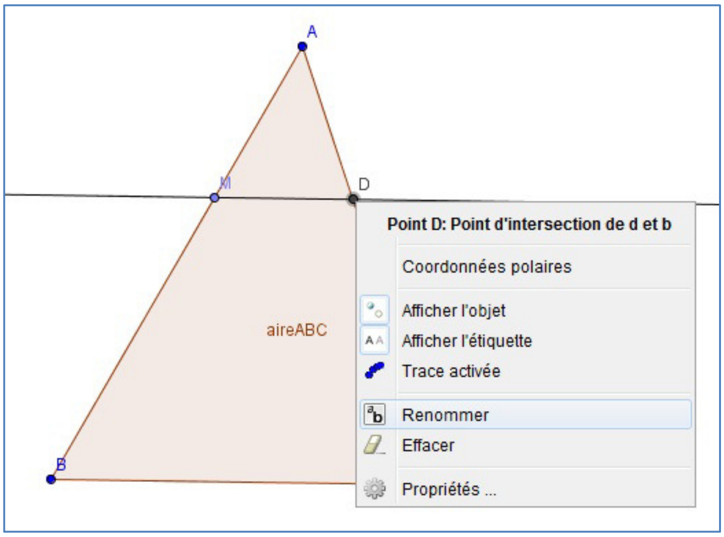


Grâce à la commande "Point sur Objet", placer un point M sur [AB]. Le point sera nommé "D" par GeoGebra, et il faudra faire un clic droit pour le renommer en "M".

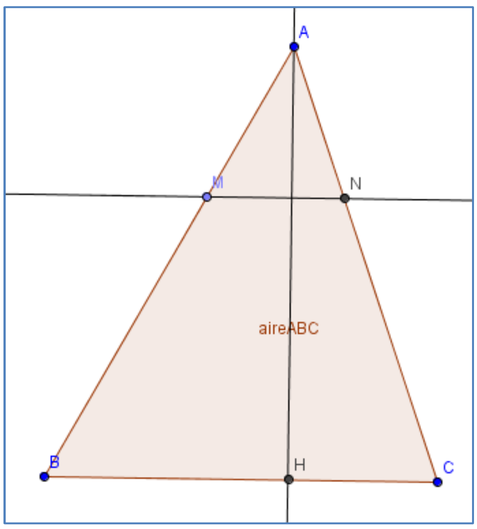


Créer la droite parallèle à (BC) passant par M à l'aide de la commande "Parallèle", puis en cliquant d'abord sur le point M, puis sur le segment [BC]. Puis, à l'aide de la commande "intersection entre deux objets", et en plaçant le curseur au point où cette parallèle coupe le segment [AC], créer le point d'intersection. GeoGebra le notera D, mais on le renommera "N" à l'aide d'un clic droit, puis "renommer".

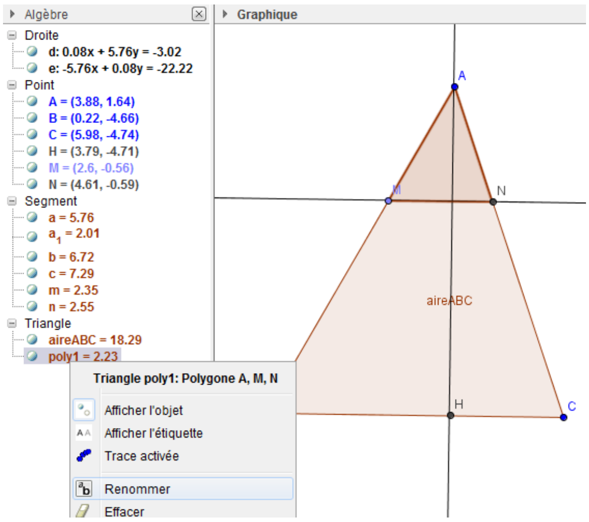




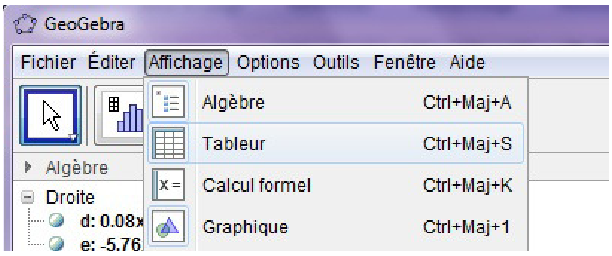
Créer la droite perpendiculaire à (BC) passant par A à l'aide de la commande "Perpendiculaire", puis en cliquant d'abord sur le point A, puis sur le segment [BC]. Puis, à l'aide de la commande "intersection entre deux objets", et en plaçant le curseur au point où cette perpendiculaire coupe le segment [BC], créer le point d'intersection. GeoGebra le notera D, mais on le renommera "H" à l'aide d'un clic droit, puis "renommer".



A l'aide de la commande "Polygone", créer le triangle AMN. Il apparaîtra dans la colonne de gauche comme "poly1", mais on le renommera "aireAMN" grâce à un clic droit.



Pour calculer les quantités q_1 et q_2 , nous allons utiliser le tableur de GeoGebra. Pour l'afficher, aller dans le menu "affichage" (en haut), et cliquer sur "tableur".

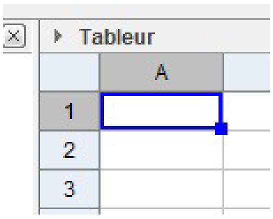


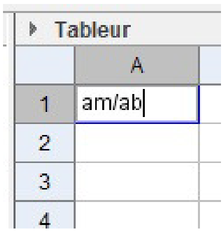
Si, à cette occasion, la colonne de gauche qui contenait la liste des objets géométriques que nous avons créés a disparu, retourner dans le menu "affichage", et cliquer sur "algèbre": elle réapparaîtra.

Pour calculer $q_1 = \dfrac{AM}{AB}$, il faut que nous définissions la longueur AM et donc le segment [AM]. Si les boutons de création d'objets géométriques ont "disparu", cliquer dans la case de la figure géométrique pour les réafficher. Puis pour créer [AM], utiliser dans la figure la commande "segment entre deux points", cliquer ensuite sur A et sur M.

Dans la colonne de gauche, les segments sont notés par des lettres minuscules, et le nombre qui leur est associé est la longueur du segment. En passant la souris (sans cliquer) sur les segments de la figure, repérer par quelle lettre minuscule est désigné le segment [AB], et par quelle lettre est désigné le segment [AM]. Renommer ces segments en faisant un clic droit dans la colonne de gauche sur leur nom. Les nommer "am" pour le segment [AM], et "ab" pour le segment [AB].

Dans le tableur, sélectionner la case A1 et y taper la formule am/ab , puis taper "entrée".





La case A1 affiche donc la quantité $q_1 = \dfrac{AM}{AB}$.

Dans la case A2 du tableur, taper de la même manière: aireAMN/aireABC, puis "entrée": la case B2 affiche à présent la quantité $q_2 = \dfrac{aire_{AMN}}{aire_{ABC}}$.

Quand vous avez terminé la figure, enregistrez-la dans le dossier "Maths", sous le nom "82p246". L'extension ".ggb" apparaîtra automatiquement. Ne fermez pas la fenêtre GeoGebra, ni votre figure, nous en avons encore besoin.

Pour savoir comment enregistrer un fichier, se reporter TP 1.

Rédiger la conjecture:

Rappel: une conjecture est une propriété qui a l'air vraie, mais qui n'est pas encore démontrée.

Que se passe-t-il pour q_1 et q_2 lorsque l'on déplace le point A?

....

Que se passe-t-il pour q_1 et q_2 lorsque l'on déplace le point B?

....

Que se passe-t-il pour q_1 et q_2 lorsque l'on déplace le point C?

....

Que se passe-t-il pour q_1 et q_2 lorsque l'on déplace le point M?

....

En déplaçant les points, quelle relation conjecturez-vous entre q_1 et q_2 ? Aide: calculer $q_1^2 = q_1 \times q_1$.

....
....
....
....

Vérifier cette conjecture dans un cas particulier:

Avec les données de la question 2, calculer q_1 et q_2 et dites si cette conjecture est vérifiée.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....(*terminer la rédaction sur le cahier d'exercices en cas de manque de place*)

Aide à la résolution:

1°) Dans AHB rectangle en H, calculer AB avec la propriété appropriée. En déduire q_1.

2°) Dans les triangles AMK et ABH, calculer AK avec la propriété appropriée. Calculer de même MN en se plaçant dans les triangles ABC et AMN. En déduire l'aire de ABC, l'aire de AMN, et enfin la grandeur q_2.

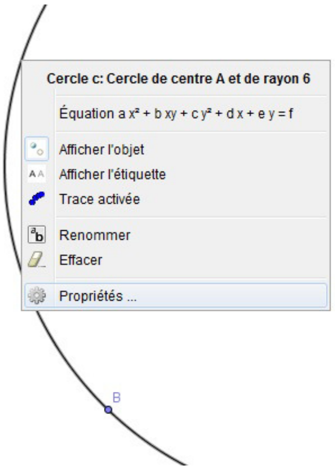
3°) Conclure après avoir calculé q_1^2.

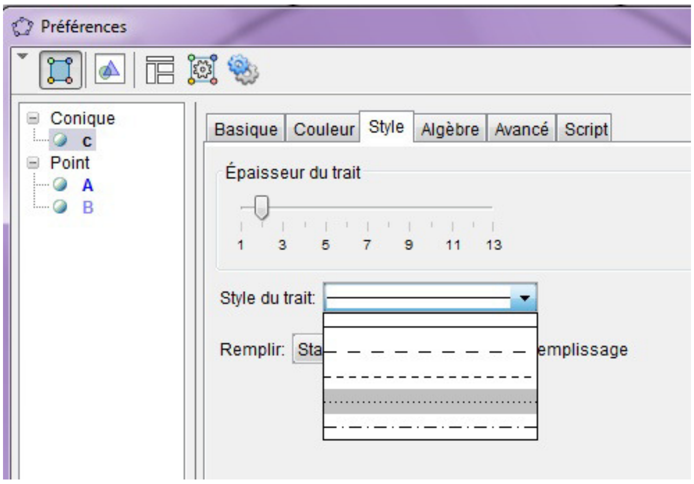
5. Exercice 83p246 avec GeoGebra:

Construire la figure:

Créer un premier point A (point libre).

Pour placer un point B à 6 cm de A, on va créer un cercle de centre A et de rayon 6 cm ("cercle centre-rayon"), puis placer un point B sur ce cercle ("point sur objet"). Pour ne pas encombrer la figure, faire un clic droit sur le cercle et sélectionner "Propriétés". Puis dans la boîte de dialogue, dans l'onglet "Style", choisir la pointillé le plus fin.

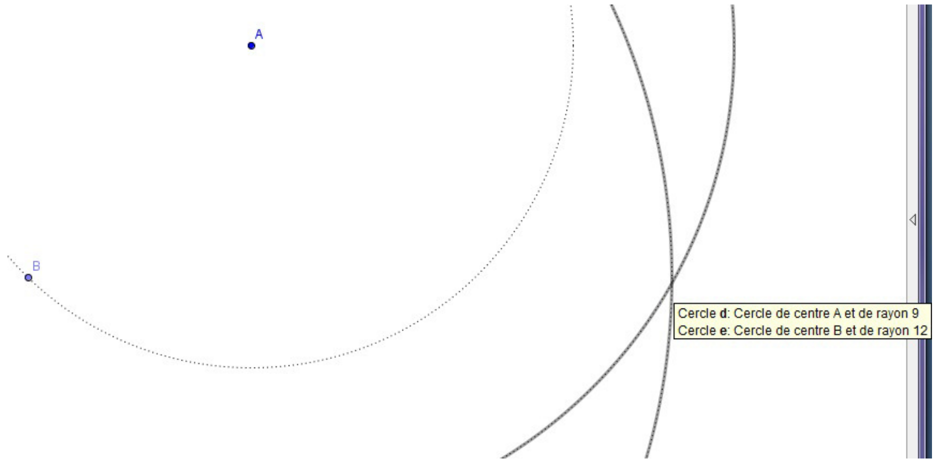




Le cercle apparaît en pointillés clairs qui ne gêneront pas la lisibilité de la figure.

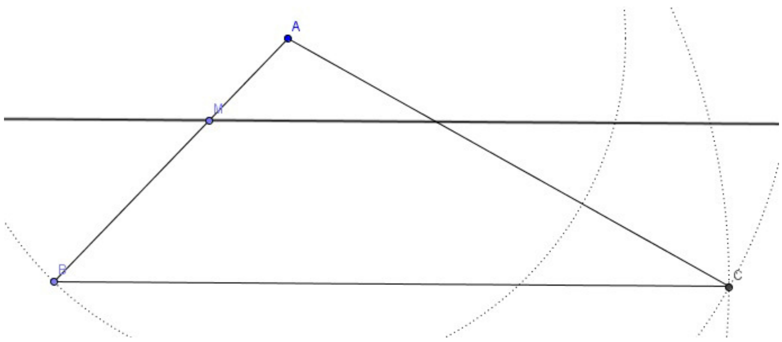
De la même manière, créer un cercle de centre A et de rayon 9 cm en pointillés, puis un cercle de centre B et de rayon 12 cm.

A l'intersection de ces deux derniers cercles ("intersection entre deux objets"), créer le point C.



Tracer les trois segments ("segment entre deux points"): [AB] (que GeoGebra appellera "a" dans la colonne de gauche), [BC] (que GeoGebra appellera "b"), [CA] (que GeoGebra appellera "c").

Créer un point ("Point sur objet") sur le côté [AB]. GeoGebra le nomme "D", renommez-le "M" avec un clic droit.
Avec l'outil "parallèle", créez la parallèle à (BC) passant par M, en cliquant sur M puis sur [BC].

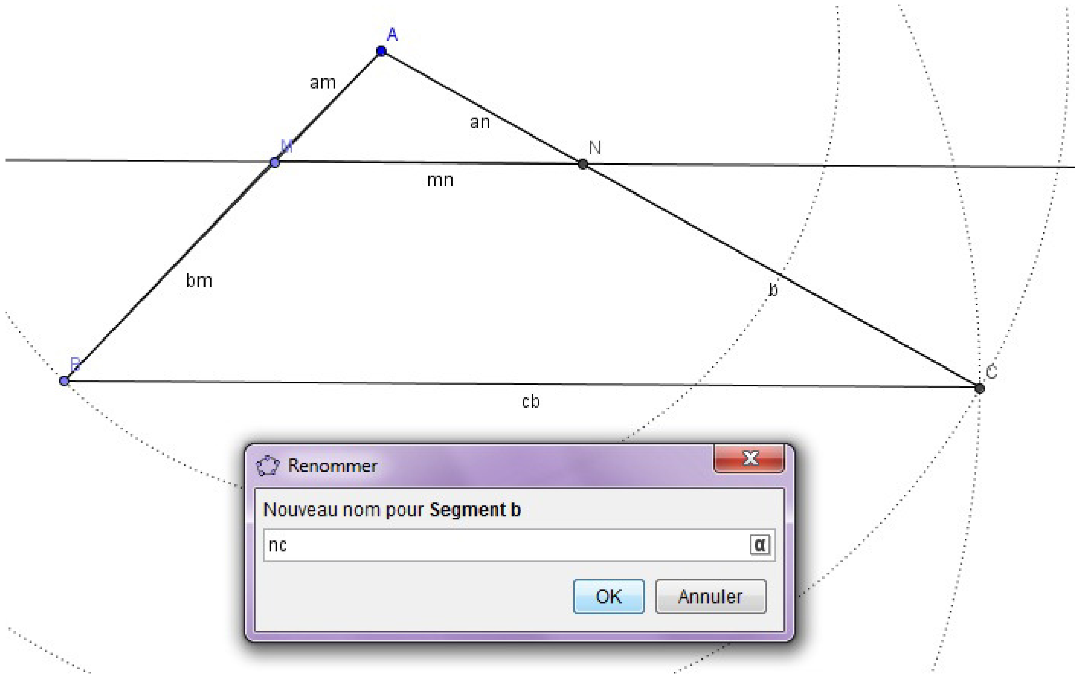


Avec l'outil "Intersection entre deux objets", créer le point d'intersection entre cette parallèle et le segment [AC]. GeoGebra le note D, renommez-le "N".

Pour les besoins du calcul du périmètre, avec "segment entre deux points", créez les segments [AM] , [AN], et [MN].

Comme à l'exercice précédent, déplacez la souris sans cliquer sur ces trois segments pour connaître les noms (en minuscules) que GeoGebra leur a donnés. Comme à l'exercice précédent, utilisez un clic droit dans la colonne de gauche pour les renommer respectivement am, an et mn. Les noms des segments s'affichent normalement sur le figure.

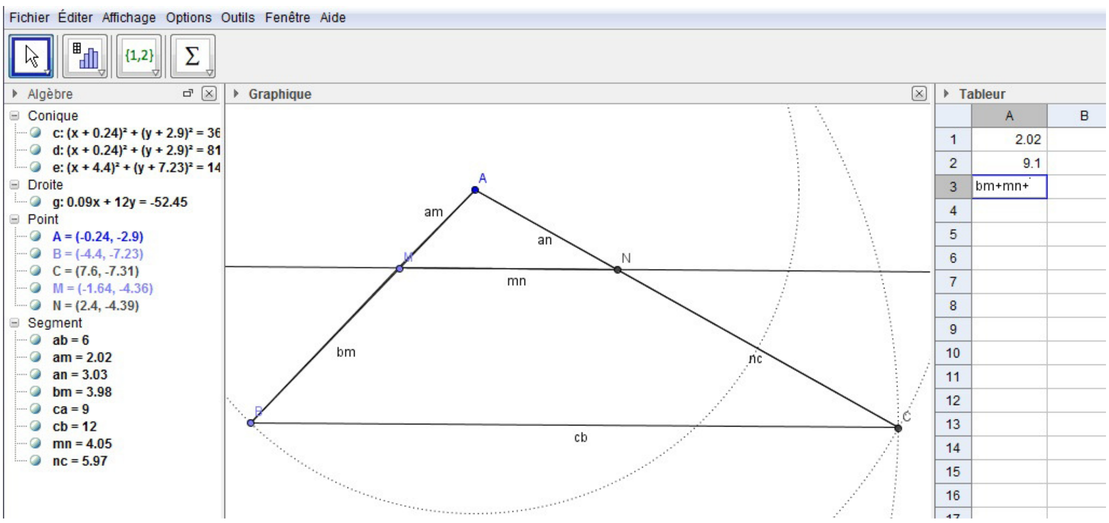
De la même manière, créez les segments [BM] et [NC], puis renommez les segments [BM], [NC], et [CB] pour qu'ils s'appellent respectivement bm, nc et cb.



Calculer les périmètres:

Comme dans l'exercice précédent, afficher le tableur GeoGebra.

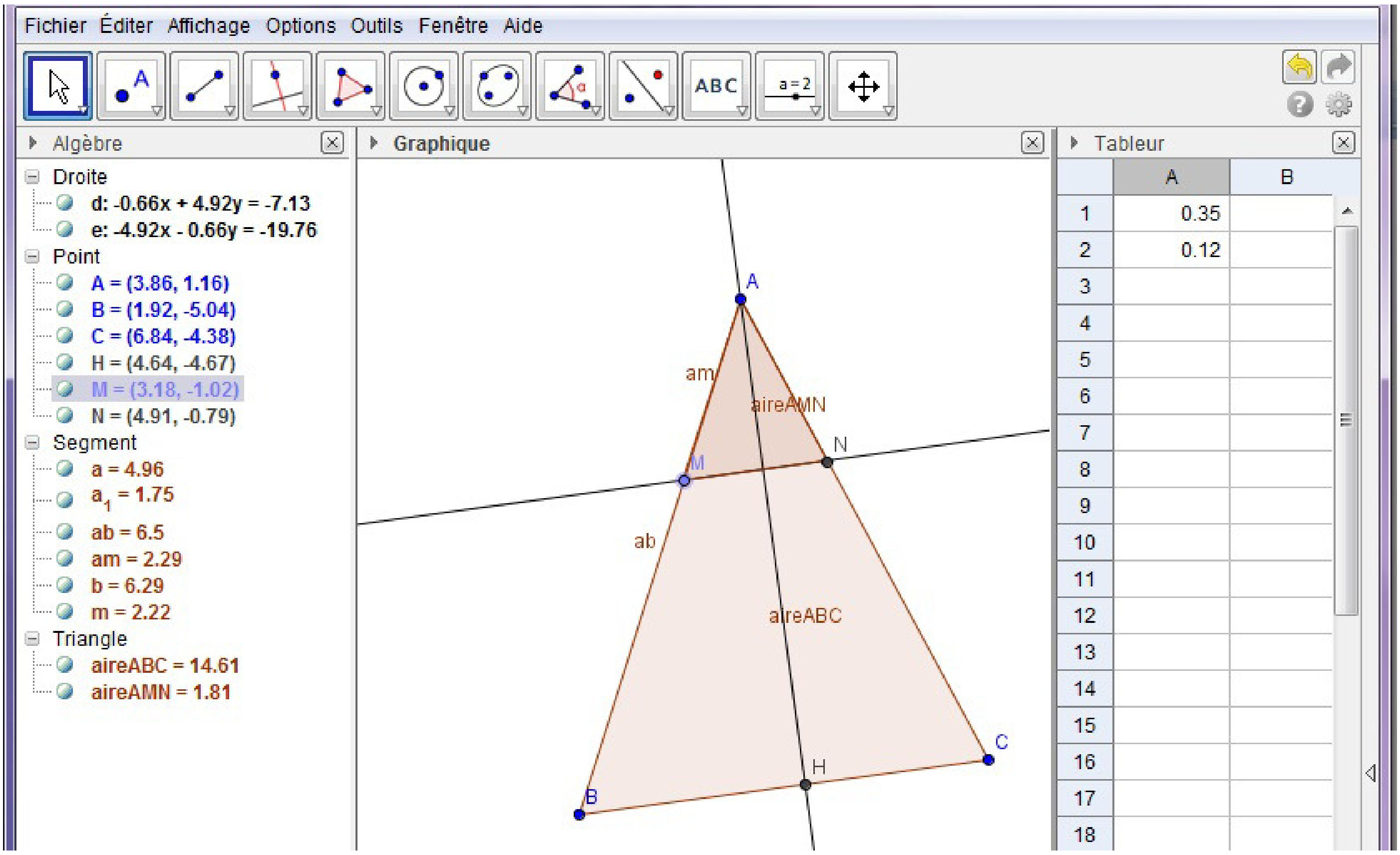
Dans la case A1, taper am (puis faire "entrée") pour afficher la longueur du segment [AM].
Dans la case A2, taper la formule qui correspond au calcul de p_1, c'est à dire am+mn+an.
Dans la case A3, taper la formule qui correspond au calcul de p_2, c'est à dire bm+mn+nc+cb.



Conjecturer et vérifier par le calcul:

Déplacer les points jusqu'à ce que $p_1 = p_2$. Cela arrive pour AM=..... . Traiter la question 2 sur le cahier d'exercices.

Corrigé de l' exercice 82p246:



Conjecture:

Lorsque l'on bouge les points A, B ou C, les quantités c q_1 et q_2 restent constantes. En revanche lorsqu'on déplace M, elles varient.

Cependant, à l'erreur d'arrondi au centième près, $q_2 = \dfrac{aire_{AMN}}{aire_{ABC}}$ semble être le carré de la grandeur $q_1 = \dfrac{AM}{AB}$.

Vérification dans un cas particulier:

Calcul de AB. Dans AHB rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore on a:
$AB^2 = AH^2 + BH^2$. Donc $AB^2 = 8^2 + 6^2 = 100$, donc $AB = 10cm$.

Avec les exemples de longueurs donnés dans l'énoncé, on a: $\boxed{q_1 = \dfrac{AM}{AB} = \dfrac{2}{10} = \dfrac{1}{5} = 0,2.}$

Calcul de AK: Dans les triangles AMK et ABH, puisque (MK)//(BC), d'après le théorème des trois rapports égaux on a :
$\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AK}{AH} = \dfrac{MK}{BH}$, c'est-à-dire $\dfrac{2}{10} = \dfrac{AK}{8} = \dfrac{MK}{6}$ (*).

En particulier, $\dfrac{2}{10} = \dfrac{AK}{8}$, donc $AK = \dfrac{2\times 8}{10} = \dfrac{8}{5} = 1,6$.

Calcul de MN: Dans les triangles ABC et AMN, puisque (MN)//(BC), d'après le théorème des trois rapports égaux on a
$\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$, donc en particulier $\dfrac{2}{10} = \dfrac{MN}{9}$, et par suite $MN = \dfrac{2\times 9}{10} = \dfrac{18}{10} = 1,8$.

Calcul de l'aire du triangle ABC: $A_{ABC} = \dfrac{base \times hauteur}{2} = \dfrac{AH \times BC}{2} = \dfrac{8 \times 9}{2} = 36cm^2$.

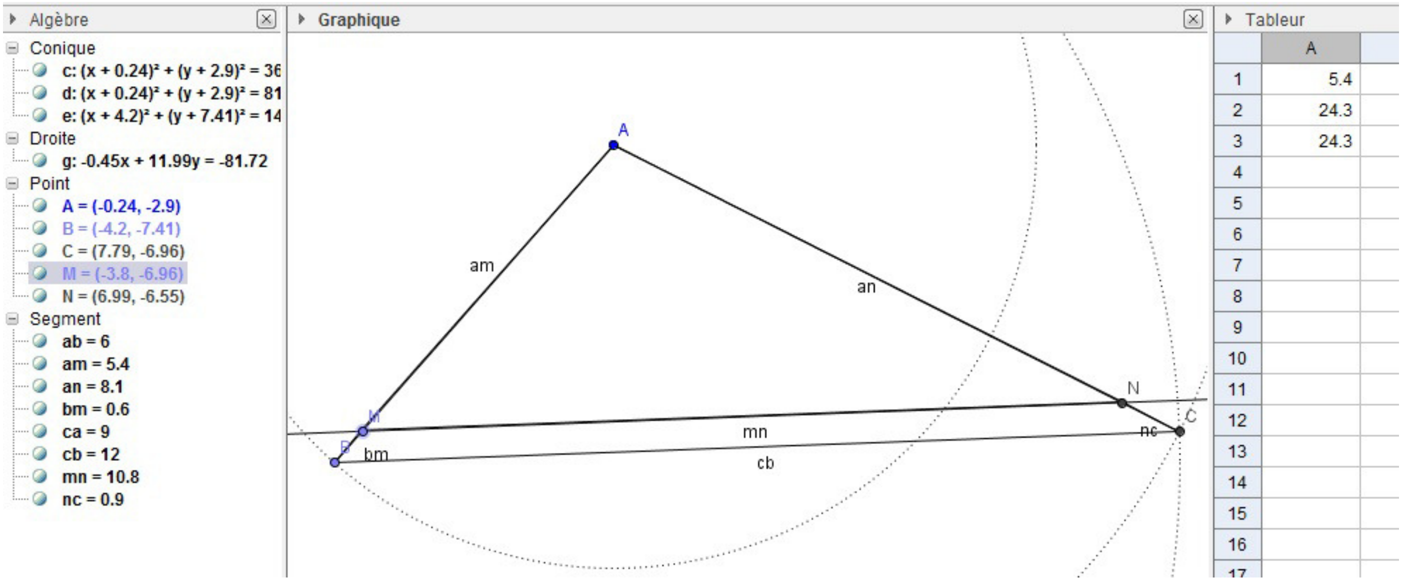
Calcul de l'aire du triangle AMN: $A_{AMN} = \dfrac{base \times hauteur}{2} = \dfrac{AK \times MN}{2} = \dfrac{1,6 \times 1,8}{2} = 1,44cm^2$.

Avec les exemples de longueurs donnés dans l'énoncé, on a: $\boxed{q_2 = \dfrac{A_{AMN}}{A_{ABC}} = \dfrac{1,44}{36} = 0,04.}$

Conclusion: on a bien $0,2^2 = 0,04$, donc $\boxed{q_1^2 = q_2}$.

Nous verrons à la fin de ce chapitre, dans le paragraphe "agrandissement/réductions" qu'en effet, quand on a une réduction de coefficient k, les longueurs sont multipliées par k, mais les aires sont multipliées par k^2 (et les volumes par k^3). Ici, le triangle AMN est une réduction du triangle ABC, et $k = q_1$.

Corrigé de l' exercice 83p246:



<u>Conjecture</u>:

On a $p_1 = p_2$ lorsque $AM = 5,4$.

<u>Vérification par le calcul</u>:

Calcul de MN: D'après le théorème des trois rapports égaux, $MN = \dfrac{5,4 \times 12}{6} = 10,8cm$.

Calcul de AN: D'après le théorème des trois rapports égaux, $AN = \dfrac{5,4 \times 9}{6} = 8,1cm$.

Calcul de p_1: $p_1 = AM + AN + MN = 5,4 + 8,1 + 10,8 = 24,3cm$.

Calculs préliminaires au calcul de p_2: $BM = AB - AM = 0,6cm$; $NC = AC - AN = 0,9cm$.

Calcul de p_2: $p_2 = BM + MN + NC + CB = 0,6 + 10,8 + 0,9 + 12 = 24,3cm$.

Donc on a bien $\boxed{p_1 = p_2}$.