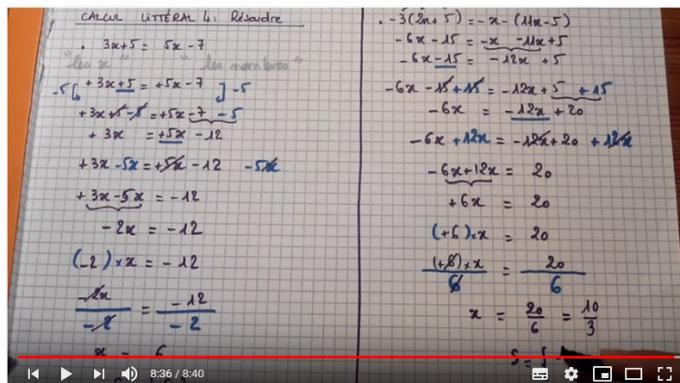


Atelier "Résolution d'équations" (sans calculatrice)

Résoudre une équation du premier degré.

- Visionner la vidéo sur Youtube :
"Calcul littéral 4 : Résoudre une équation du 1er degré".



Si, sur une égalité, on:

- Ajoute un même nombre à chaque membre
- Soustrait un même nombre à chaque membre
- Multiplie chaque membre par un même nombre non nul
- Divise chaque membre par un même nombre non nul

On obtient une nouvelle égalité, qui est équivalente à l'égalité que l'on avait au départ.

Méthode : (voir ci-dessous pour un exemple)

- 1/ Enlever les parenthèses devant lesquelles on a « + » ou « - » (uniquement celles-là), des deux côtés de l'égalité.
- 2/ Développer les parenthèses devant lesquelles on a « × » ou rien du tout (« omission du signe × », voir II), des deux côtés de l'égalité.
- 3/ Réduire chacun des deux côtés de l'égalité.
- 4/ En soustrayant ou en additionnant à chaque fois la même chose des deux côtés de l'égalité, s'arranger pour avoir à gauche tous les termes en x^2 et en x , et à droite les termes constants (il faut plusieurs lignes de calcul pour y arriver).
- 5/ Réduire à nouveau de chaque côté.
- 6/ On obtient une équation de la forme $bx = a$. On divise alors chaque membre de l'égalité par le nombre b , sans s'occuper de savoir si les nombres a et b sont des fractions, des racines carrées, ou n'importe quel type de nombres (tant qu'ils ne contiennent ni x , ni x^2).
- 7/ Si le résultat obtenu est une fraction, la laisser sous forme fractionnaire, mais l'écrire sous la forme $\frac{a}{b}$ ou $-\frac{a}{b}$, et la simplifier le plus possible.
- 8/ Ecrire $S = \{...\}$

Exemple de résolution d'équation dans le cas général:

$$2 - (3x + 7 - x) + 3x(x - 2) = x(7x + 1) - 2 - 4x^2$$

$$2 - 3x - 7 + x + 3x(x - 2) = x(7x + 1) - 2 - 4x^2$$

$$2 - 3x - 7 + x + 3x(x - 2) = x(7x + 1) - 2 - 4x^2$$

$$2 - 3x - 7 + x + 3x^2 - 6x = 7x^2 + x - 2 - 4x^2$$

$$3x^2 - 3x + x - 6x + 2 - 7 = 7x^2 - 4x^2 + x - 2$$

$$3x^2 - 8x - 5 = 3x^2 + x - 2$$

$$3x^2 - 8x - 5 = 3x^2 + x - 2$$

1° étape de calcul :

$$3x^2 - 8x - 5 - 3x^2 = 3x^2 + x - 2 - 3x^2$$

On peut simplifier car $3x^2 - 3x^2 = 0$. Il reste :

$$-8x - 5 = +x - 2$$

Etape 1/ : Enlever les parenthèses précédées par + ou - .

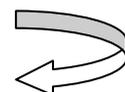
Etape 2/ : Développer les autres parenthèses.

Etape 3/ : Réduire de chaque côté.

Grouper les termes par type (x , x^2 , constantes),

puis calculer le total de chaque type.

Etape 4/ : « S'arranger », en faisant la même opération de chaque côté (plusieurs étapes de calcul), pour avoir tous les termes en x^2 ou en x à gauche, et toutes les constants à droite.



2° étape de calcul :

$$-8x - \cancel{5} + \cancel{5} = +x - 2 + 5$$

On peut simplifier car $-5 + 5 = 0$. Il reste :

$$-8x = +x - 2 + 5$$

3° étape de calcul :

$$-8x - x = +x - 2 + 5 - x$$

On peut simplifier car $+x - x = 0$. Il reste :

$$-8x - x = -2 + 5$$

$$-9x = 3$$

Ici, $b = -9$ et $a = 3$.

$$-9x = 3$$

$$\frac{-9x}{-9} = \frac{3}{-9}$$

$$x = \frac{3}{-9}$$

$$x = \frac{3}{-9} = -\frac{1}{3}$$

$$S = \left\{ -\frac{1}{3} \right\}$$

Etape 5/ : Réduire à nouveau de chaque côté.

Etape 6/ : Suivre la démonstration de la pté 2:
 $bx = a$

$$\frac{bx}{b} = \frac{a}{b}$$

$$x = \frac{a}{b}$$

Etape 7/ : Simplifier le résultat.

Etape 8/ : Ecrire $S = \{ \dots \}$

Exercice 1 : Résoudre :

Avec les étapes 6,7 et 8 seulement:

$$-5x = +25$$

$$4x = -48$$

$$-12x = -8$$

$$-x = 40$$

.....
.....
.....

.....
.....
.....

.....
.....
.....

.....
.....
.....

Avec les étapes 5,6,7 et 8:

$$-2x + 8x - 12x = -6 + 7 - 14 + 1$$

$$13x - x - 15x = -20 + 1 - 4 + 12$$

.....
.....
.....
.....

.....
.....
.....
.....

Avec les étapes 3, 4, 5, 6, 7 et 8:

$$-x + 12 - 5x + 3x - 4 = x - 8 + 4x$$

$$12 - x^2 + 6x = -x - x^2 + 14 - x$$

.....
.....
.....
.....

.....
.....
.....
.....

Avec n'importe quel type d'étapes (mais certaines d'entre elles peuvent être inutiles):

$$-5(3x + 4) = 4(3x + 2)$$

$$(x + 1)(3x + 4) = 3x^2 - (x + 2)$$

$$(x + 4)(3x - 2) - 3x^2 = 0$$

$$-(2x + 3)(-7x + 1) = 14x^2 - x + 1$$



Résoudre une équation-produit.

- Visionner la vidéo sur Youtube :
"Calcul littéral 5 : Equation-produit".

Pour qu'un produit soit nul, il faut et il suffit que l'un au moins de ses facteurs soit nul.

Exemple de résolution d'équation-produit:

Si, après factorisation, on obtient un produit nul, on

$$(x-5)^2 = (x-5)(4x+2)$$

$$(x-5)^2 - (x-5)(4x+2) = (x-5)(4x+2) - (x-5)(4x+2)$$

$$(x-5)^2 - (x-5)(4x+2) = 0$$

$$(x-5)(x-5) - (x-5)(4x+2) = 0$$

$$(x-5)[(x-5) - (4x+2)] = 0$$

$$(x-5)[x-5-4x-2] = 0$$

$$(x-5)(+1x-4x-5-2) = 0$$

$$(x-5)(-3x-7) = 0$$

Pour qu'un produit soit nul, il faut et il suffit que l'un au moins de ses facteurs soit nul.

$$\left. \begin{array}{l} x-5=0 \Leftrightarrow x=5 \\ -3x-7=0 \Leftrightarrow -3x=7 \Leftrightarrow x=\frac{7}{-3} \end{array} \right\} S = \left\{ 5; -\frac{7}{3} \right\}$$

Exercice 2 : Résoudre :

$$(5x+3)(5x-7) = 0$$

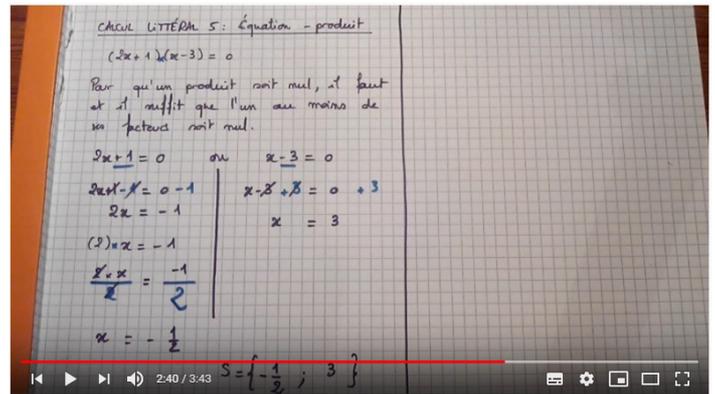
$$x(x+1) = 0$$

$$(x-5)^2 - (2x+6)(x-5) = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(2x-3)(x-5) = x^2 - 10x + 25$$

$$x^2 = 16$$



appelle cela une
"équation-produit":