

Atelier "Fractions" (Correction)

Exercice 0 : En utilisant une décomposition en facteurs premiers, rendre les fractions suivantes irréductibles:

$$\frac{108}{156} = \frac{2^2 \times 3^3}{2^2 \times 3 \times 13} = \frac{9}{13} ;$$

$$\frac{120}{105} = \frac{2^3 \times 3 \times 5}{3 \times 5 \times 7} = \frac{8}{7} ;$$

$$\frac{180}{162} = \frac{2^2 \times 3^2 \times 5}{2 \times 3^4} = \frac{10}{9} ;$$

$$\frac{216}{720} = \frac{2^3 \times 3^3}{2^4 \times 3^2 \times 5} = \frac{3}{10} .$$

Exercice 1 : En utilisant la propriété ci-dessus, mettre au même dénominateur les couples de fractions suivants:

• $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{3}$

• $\frac{12}{7}$ et $\frac{1}{8}$

• $\frac{3}{4}$ et $\frac{7}{3}$

• $\frac{7}{15}$ et $\frac{4}{3}$

Exemple : $\frac{24}{3}$ et $\frac{5}{2}$; $\frac{24}{3} = \frac{24 \times 2}{3 \times 2} = \frac{48}{6}$ et $\frac{5}{2} = \frac{5 \times 3}{2 \times 3} = \frac{15}{6}$

(« truc » : on multiplie le numérateur et le dénominateur par le dénominateur de l'AUTRE fraction).

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6} \\ \frac{1}{3} = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{6} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12} \\ \frac{7}{3} = \frac{7 \times 4}{3 \times 4} = \frac{28}{12} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{12}{7} = \frac{12 \times 8}{7 \times 8} = \frac{96}{56} \\ \frac{1}{8} = \frac{1 \times 7}{8 \times 7} = \frac{7}{56} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{7}{15} = \frac{7 \times 3}{15 \times 3} = \frac{21}{45} \\ \frac{4}{3} = \frac{4 \times 15}{3 \times 15} = \frac{60}{45} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{7}{15} = \frac{7 \times 3}{15 \times 3} = \frac{21}{45} \\ \frac{4}{3} = \frac{4 \times 15}{3 \times 15} = \frac{60}{45} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{7}{15} = \frac{7 \times 3}{15 \times 3} = \frac{21}{45} \\ \frac{4}{3} = \frac{4 \times 15}{3 \times 15} = \frac{60}{45} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{7}{15} = \frac{7 \times 3}{15 \times 3} = \frac{21}{45} \\ \frac{4}{3} = \frac{4 \times 15}{3 \times 15} = \frac{60}{45} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{7}{15} = \frac{7 \times 3}{15 \times 3} = \frac{21}{45} \\ \frac{4}{3} = \frac{4 \times 15}{3 \times 15} = \frac{60}{45} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{7}{15} = \frac{7 \times 3}{15 \times 3} = \frac{21}{45} \\ \frac{4}{3} = \frac{4 \times 15}{3 \times 15} = \frac{60}{45} \end{array} \right.$$

mais il y a plus simple: $\left\{ \begin{array}{l} \frac{7}{15} \\ \frac{4}{3} = \frac{4 \times 5}{3 \times 5} = \frac{20}{15} \end{array} \right.$ qui ont aussi même dénominateur.

Exercice 2 : Effectuer les additions suivantes, et donner le résultat sous forme irréductible : (écrire les calculs).

$$\frac{8}{3} + \frac{5}{3} = \frac{8+5}{3} = \frac{13}{3}$$

$$\frac{7}{3} + \frac{5}{2} = \frac{7 \times 2}{3 \times 2} + \frac{5 \times 3}{2 \times 3} = \frac{14}{6} + \frac{15}{6} = \frac{14+15}{6} = \frac{29}{6}$$

$$\frac{3}{20} + \frac{17}{20} = \frac{3+17}{20} = \frac{20}{20} = 1$$

$$\frac{6}{4} + \frac{9}{3} = \frac{6 \times 3}{4 \times 3} + \frac{9 \times 4}{3 \times 4} = \frac{18}{12} + \frac{36}{12} = \frac{18+36}{12} = \frac{54}{12} = \frac{54 \div 2}{12 \div 2} = \frac{27}{6} = \frac{27 \div 3}{6 \div 3} = \frac{9}{2},$$



ou plus simple: $\frac{6}{4} + \frac{9}{3} = \frac{3}{2} + \frac{3}{1} = \frac{3}{2} + \frac{3 \times 2}{1 \times 2} = \frac{3}{2} + \frac{6}{2} = \frac{9}{2}$

$\frac{10}{15} + \frac{30}{2} = \frac{10 \times 2}{15 \times 2} + \frac{30 \times 15}{2 \times 15} = \frac{20}{30} + \frac{450}{30} = \frac{20 + 450}{30} = \frac{470}{30} = \frac{47}{3}$ (on peut voir aussi que $\frac{30}{2} = 15$)

Exercice 3 : Même consigne avec les soustractions :

$$\frac{3}{14} - \frac{2}{14} = \frac{3-2}{14} = \frac{1}{14}$$

$$\frac{3}{4} - \frac{2}{5} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} - \frac{2 \times 4}{5 \times 4} = \frac{15}{20} - \frac{8}{20} = \frac{15-8}{20} = \frac{7}{20}$$

$$\frac{7}{2} - \frac{12}{3} = \frac{7 \times 3}{2 \times 3} - \frac{12 \times 2}{3 \times 2} = \frac{21}{6} - \frac{24}{6} = \frac{21-24}{6} = \frac{-3}{6} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}, \text{ (on peut voir aussi que } \frac{12}{3} = 4 \text{)}$$

$$\frac{10}{6} - \frac{9}{7} = \frac{5}{3} - \frac{9}{7} = \frac{5 \times 7}{3 \times 7} - \frac{9 \times 3}{7 \times 3} = \frac{35}{21} - \frac{27}{21} = \frac{35-27}{21} = \frac{8}{21}$$

$$\frac{7}{1} - \frac{34}{3} = \frac{7 \times 3}{1 \times 3} - \frac{34}{3} = \frac{21}{3} - \frac{34}{3} = \frac{21-34}{3} = \frac{-13}{3} = -\frac{13}{3}$$

$$15 - \frac{7}{2} = \frac{15}{1} - \frac{7}{2} = \frac{15 \times 2}{1 \times 2} - \frac{7}{2} = \frac{30}{2} - \frac{7}{2} = \frac{30-7}{2} = \frac{23}{2}$$

Exercice 4 : Effectuer les multiplications suivantes, et donner le résultat sous forme irréductible.

$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{6} = \frac{3 \times 2}{4 \times 6} = \frac{6}{24} = \frac{6 \div 6}{24 \div 6} = \frac{1}{4}, \text{ mais on pouvait simplifier "en cours de route":}$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{6} = \frac{\cancel{3} \times \cancel{2}}{4 \times \cancel{2} \times \cancel{3}} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{7} \times \frac{15}{3} = \frac{\cancel{3} \times 15}{7 \times \cancel{3}} = \frac{15}{7}$$

$$\frac{18}{13} \times \frac{5}{3} = \frac{\cancel{18} \times 5}{13 \times \cancel{3}} = \frac{30}{13}$$

$$15 \times \frac{7}{4} = \frac{15 \times 7}{4} = \frac{105}{4}$$

Exercice 5 : Donner l'inverse des fractions suivantes :

$$\frac{7}{3} \text{ a pour inverse : } \frac{3}{7};$$

$$\frac{18}{4} \text{ a pour inverse : } \frac{4}{18} = \frac{2}{9};$$

$$\frac{1083}{108402} \text{ a pour inverse : } \frac{108402}{1083} = \frac{36134}{361};$$

$$6,5 \text{ a pour inverse : } \frac{1}{6,5} = \frac{10}{65} = \frac{2}{13}.$$



Exercice 6 : Effectuer les divisions suivantes, puis donner le résultat sous forme irréductible.

$$\frac{2}{6} \div \frac{4}{3} = \frac{2}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{2 \times 3}{6 \times 4} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}; \text{ plus simple: } \frac{2}{6} \div \frac{4}{3} = \frac{2}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{2 \times 3}{6 \times 4} = \frac{\cancel{2} \times 3}{\cancel{6} \times 4} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{12}{13} \div \frac{6}{8} = \frac{12}{13} \times \frac{8}{6} = \frac{12 \times 8}{13 \times 6} = \frac{2 \times \cancel{6} \times 8}{13 \times \cancel{6}} = \frac{16}{13}$$

$$\frac{3}{2} \div 5 = \frac{3}{2} \div \frac{5}{1} = \frac{3}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{10}$$

$$7 \div \frac{15}{4} = 7 \times \frac{4}{15} = \frac{7 \times 4}{15} = \frac{28}{15}$$

Exercice 7 : Calculer chacune des expressions suivantes et donner le résultat sous forme irréductible :

$$A = \frac{3}{4} - \frac{8}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{8 \times 1}{3 \times 2} = \frac{3}{2 \times 2} - \frac{8}{3 \times 2} = \frac{3 \times 3}{2 \times 2 \times 3} - \frac{8 \times 2}{3 \times 2 \times 2} = \frac{9}{12} - \frac{16}{12} = \frac{9-16}{12} = -\frac{7}{12}$$

$$B = \frac{1}{5} \times \left(\frac{2}{7} + \frac{1}{8} \right) = \frac{1}{5} \times \left(\frac{16}{56} + \frac{7}{56} \right) = \frac{1}{5} \times \frac{23}{56} = \frac{23}{280}$$

$$C = \frac{7}{4} \times \left(\frac{1}{5} \div \left(\frac{5}{8} - \frac{1}{4} \right) \right) = \frac{7}{4} \times \left(\frac{1}{5} \div \left(\frac{5}{8} - \frac{2}{8} \right) \right) = \frac{7}{4} \times \left(\frac{1}{5} \div \frac{3}{8} \right) = \frac{7}{4} \times \left(\frac{1}{5} \times \frac{8}{3} \right) = \frac{7}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{8}{3} = \frac{7 \times 1 \times 8}{4 \times 5 \times 3} = \frac{14}{15}$$

$$F = \left(\frac{5}{2} + \frac{3}{4} \right) \times \left(\frac{-3}{10} + \frac{4}{25} \right) = \left(\frac{10}{4} + \frac{3}{4} \right) \times \left(\frac{-15}{50} + \frac{8}{50} \right) = \frac{13}{4} \times \frac{-7}{50} = -\frac{91}{200}$$