

Atelier "Puissances et racines carrées" (sans calculatrice)

Puissances de 10.

Définition 1 :

- $10^0 = 1$ et pour tout entier non nul n , $10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{n \text{ facteurs}} = \underbrace{1000 \dots 000}_{n \text{ zeros}}$
- Pour tout entier non nul n , $10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0.000 \dots 0001}_{n \text{ zeros}}$

Exercice 1 : Donner l'écriture décimale de:

- 10^5
- 10^{-4}
- 10^1
- 10^{-1}

Rappel des règles de calcul sur les puissances.

Définition 2 : Soit a un nombre réel.

- $a^0 = 1$ et pour tout entier non nul n , $a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}$
- Pour tout entier non nul n , $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Exercice 2 : En utilisant la définition ci-dessus, calculer:

- 5^2
- 2^3
- 4^{-2}
- 150^0

Propriété 1 : Soient a et b deux nombres réels, et n et p deux nombres entiers.

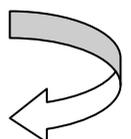
- $a^p \times a^q = a^{p+q}$
- $\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Exercice 3 : En utilisant les règles de calcul ci-dessus, dire lesquelles de ces expressions sont égales:

- 2^{100}
- $\frac{1}{4^{-20}} \times (-2)^{60}$
- 100^2
- $5^4 \times 2^4$
- $(2^{20})^5$
- 200^2
- 50^4
- $(-2)^{99} \times 2$
- 10000

Exercice 4 : En utilisant les règles de calcul ci-dessus, effectuer les opérations suivantes:

- $1 + 3^2$
- 2×5^3
- $(2 \times 5)^3$
- $2^{-1} + 5^{-2}$



Carrés ou racines carrées.

Définition 1 :

- Le carré d'un nombre est le produit de ce nombre par lui-même
- La racine carrée de a est "le nombre positif qui au carré donne a ".

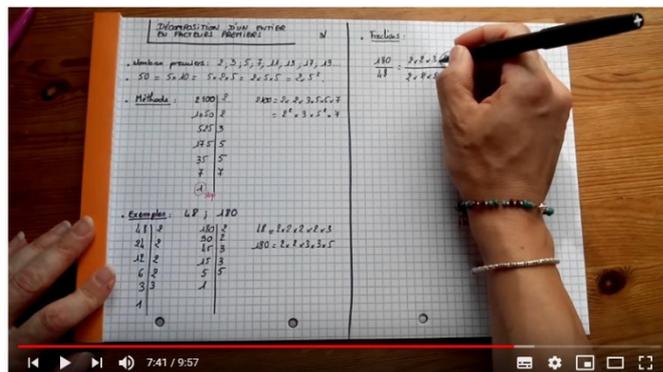
Exercice 5 : En utilisant la définition ci-dessus, compléter les tableaux suivants (pas de valeurs approchées !):

x	4		3		6			$\frac{2}{3}$	
x^2	16	4		121		0	3^2		$\frac{25}{36}$

y	49			3			$\frac{1}{3}$	10^{-4}	
\sqrt{y}	7	1	3		$\sqrt{10}$	$\sqrt{\frac{1}{4}}$			$\sqrt{\pi}$

Simplification de racines carrées: avec une décomposition en facteurs premiers.

- Visionner la vidéo sur Youtube :
"Décomposition d'un entier en facteurs premiers", en particulier l'application à la simplification des racines carrées.



Exercice 6 : En utilisant une décomposition en facteurs premiers, simplifier les expressions suivantes:

$$\sqrt{108} ; \sqrt{90} ; \sqrt{140} ; \sqrt{200} .$$

Calculs sur les racines carrées.

Propriété 1 : Une autre écriture possible de \sqrt{a} est $a^{1/2}$ (avec $a^{1/2} > 0$).

En effet, $(a^{1/2})^2 = a^{\frac{1}{2} \times 2} = a^1 = a$.

Les racines carrées obéissent donc aux mêmes règles de calcul que les puissances.

Exercice 7 : Simplifier le plus possible les expressions suivantes (pas de valeurs approchées !):

(on rappelle que $13^2 = 169$ et $12^2 = 144$).

- $\sqrt{12} \times \sqrt{28}$
- $\sqrt{7^2 + 3^2}$
- $\sqrt{169 \times 144}$
- $\sqrt{16} - \sqrt{9}$
- $\sqrt{169 - 144}$
- $\sqrt{15} \div \sqrt{5}$
- $\sqrt{50} + \sqrt{8} + \sqrt{18}$
- $\sqrt{27} - \sqrt{12} + \sqrt{300}$