

G.S5.E

1°) La matrice de transition de ce système est:

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{dormir} & \text{manger} & \text{caire} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \text{dormir} \\ \text{manger} \\ \text{caire} \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0,9 & 0,05 & 0,05 \\ 0,7 & 0 & 0,3 \\ 0,8 & 0 & 0,2 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

2°) N.B.: Les opérations (produit, puissance, inverse, déterminant) sur les matrices de taille supérieure à 212 peuvent être faites à la calculatrice sans autre justification.

À la calculatrice :

$$P^2 = \begin{pmatrix} 0,885 & 0,065 & 0,07 \\ 0,87 & 0,035 & 0,095 \\ 0,88 & 0,06 & 0,08 \end{pmatrix}$$

Après avoir dormi, deux minutes plus tard, la probabilité que Doudou

$$\begin{cases} \text{dorme est } 0,885 \\ \text{mange est } 0,065 \\ \text{caire est } 0,07 \end{cases}$$

3°) À la calculatrice :

$$P^{20} \approx P^{30} \approx P^{40} \approx P^{100} \approx \begin{pmatrix} 0,88 & 0,06 & 0,07 \\ 0,88 & 0,06 & 0,07 \\ 0,88 & 0,06 & 0,07 \end{pmatrix}$$

On conjecture que la suite converge vers la matrice

$$\begin{pmatrix} 160/181 & 8/181 & 13/181 \\ 160/181 & 8/181 & 13/181 \\ 160/181 & 8/181 & 13/181 \end{pmatrix}$$

3°b) Avec ce modèle, à long terme, le temps de sommeil par jour de Doudou est $\frac{160}{181} \times 24 = 21,22$ heures par jour.