

Applications.

Exercice 1:

- 1°) (a) Par exemple $x = 9$ a deux images, $y = 3$ et $y = -3$,
ce n'est pas une application.
- (b) Par exemple $x = 3$ a deux images, $y = 3$ et $y = -3$,
ce n'est pas une application.
- (c) Chaque réel a bien une image unique, c'est bien une application.
- 2°) (a) $E = \mathbb{R}_+$, $F = \mathbb{R}_+$
- (b) $E = \mathbb{R}$, $F = \mathbb{R}_+$
- (c) $E = \mathbb{R}$, $F = \mathbb{R}_+$
- (d) $E = \mathbb{R}$, $F = \mathbb{R}_+$

Exercice 2:

- 1°) $\forall x \in \mathbb{R}_+$, $\sqrt{x^2} = x$
ensemble de départ $E = \mathbb{R}_+$, d'arrivée $F = \mathbb{R}_+$
donc $f_1 = f_2$ sur $\mathbb{R}_+$.
- 2°) $\forall x \in \mathbb{R}_+$, $\sqrt{x^2} = x$ mais sur $\mathbb{R}_-$, $\sqrt{x^2} = |x| = -x$.
donc $f_1 \neq f_2$ sur $\mathbb{R}$.
- 3°) $g: x \mapsto \sqrt{x}$ n'est définie que sur $\mathbb{R}_+$,
tandis que $f: x \mapsto \sqrt{x^2}$ l'est sur $\mathbb{R}$.
Les ensembles de départ diffèrent, donc $g \neq f$.
- 4°) $h_1(x) = \ln(e^x)$ et $h_2(x) = x$ sont bien définies sur $E = \mathbb{R}$,
avec $F = \mathbb{R}$ et sont égales sur $\mathbb{R}$,
donc $h_1 = h_2$.
- 5°) $k_1(x) = e^{\ln x}$ est définie seulement sur $\mathbb{R}_+$ (E image de $\ln$),
et h_2 l'est sur $\mathbb{R}$, donc $k_1 \neq h_2$.

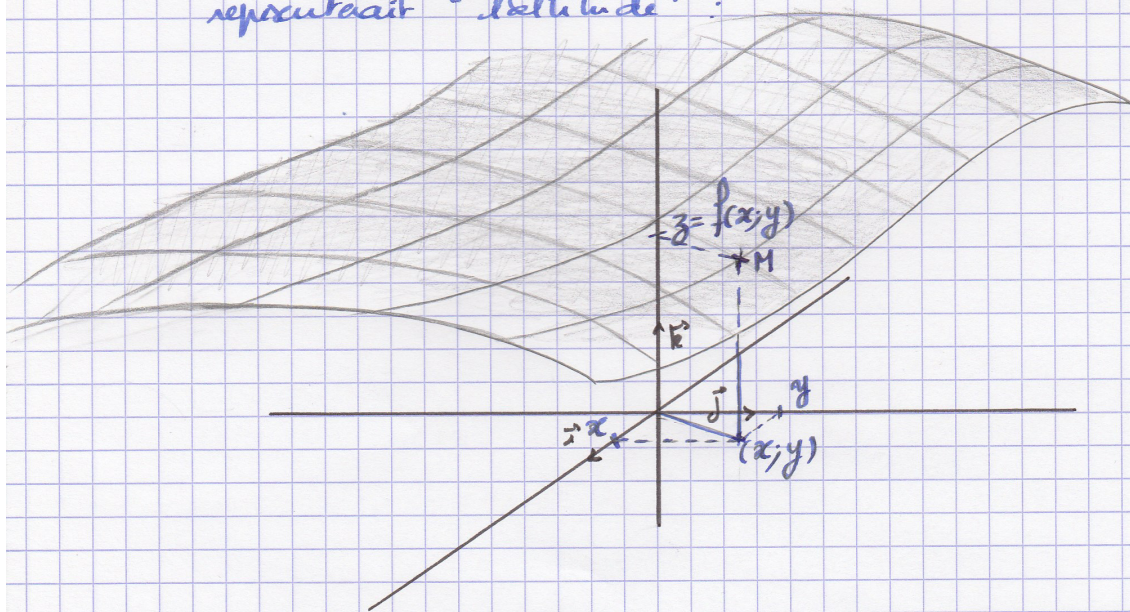
Exercice 3:

1°) Γ_f est l'ensemble des "couples de coordonnées" $(x; y)$ tels que $y = f(x)$.

Si l'on associe à ces couples des points du plan, on obtient bien la représentation graphique de la fonction f .

2°) $\Gamma_f = \{((x; y); f(x; y)) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}\}$

On obtiendrait une surface, à la volée $z = f(x; y)$ représenterait "altitude".



Exercice 4:

1°) g n'est définie que sur $\mathbb{R}_+$,

donc on doit avoir $2x+3 \geq 0$, $x \geq -\frac{3}{2}$.

$D_{\text{def}} = [-\frac{3}{2}; +\infty[$, et $g_{\text{of}} = \sqrt{2x+3}$.

(l'intérêt de l'exercice réside bien sûr dans la détermination de l'ensemble de définition!).

2°) g n'est définie que sur $\mathbb{R}_+$,

donc on doit avoir $x^2 - x - 6 \geq 0$. $\Delta = 25$, $x_1 = -2$; $x_2 = 3$.
 et $x \in]-\infty; -2] \cup [3; +\infty[$

$D_{\text{def}} =]-\infty; -2] \cup [3; +\infty[$, et $g_{\text{of}} = \ln(x^2 - x - 6)$.

3°) g n'est définie que sur $\mathbb{R}^*$,

donc on doit avoir $x^3 + 3x^2 - 4x \neq 0$

$$x^3 + 3x^2 - 4x = x(x^2 + 3x - 4)$$

$$= x(x+4)(x-1) \quad \Delta = 25; x_1 = -4; x_2 = 1$$

$$\text{Dgof} = \mathbb{R} - \{0; -4; 1\}, \text{ et } \text{gof} = \frac{1}{x^3 + 3x^2 - 4x}$$

Exercice 5:

1°) $0 \leq x \leq 1$

$$0 \leq x^2 \leq 1$$

$$0 \leq 2x^2 \leq 2$$

$$3 \leq 2x^2 + 3 \leq 5$$

Donc $f(A) = [3; 5]$

2°) - Juste par voir si vous comprenez les notations -

$$-2 \leq x \leq 2 \quad \text{et} \quad y = 0$$

donc $x+y = x+0$

donc $-2 \leq x+y \leq 2$

$f(A) = [-2; 2]$.

Exercice 6:

1°) $0 \leq x^2 \leq 4$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 & \text{et} & x \geq -2 & (\text{car la f' est } \leq \text{ sur } \mathbb{R}_-) \\ \text{ou} & & & \\ x \geq 0 & \text{et} & x \leq 2 & (\text{car la f' est } \geq \text{ sur } \mathbb{R}_+) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x \in [-2; 2]$$

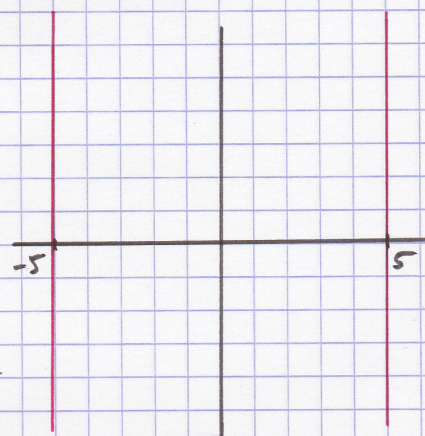
$f^{-1}(B) = [-2; 2]$

2°) $|x| = 5 \Rightarrow x = 5 \text{ ou } x = -5$

(et y est quelconque)

$f^{-1}(B)$ est la réunion des deux droites
verticales d'équations respectives $x = -5$ et $x = 5$.

$$f^{-1}(B) = \{(x; y) | y \in \mathbb{R}\} \cup \{(x; y) | y \in \mathbb{R}\}.$$



Exercice 7:

1°) $x^2 = 9 \Rightarrow x = 3 \text{ ou } x = -3$

$f^{-1}(y) = \{-3; 3\}$.

2°) $\sqrt{x^2 + y^2} = 5$. Notons $M(x; y)$ le point du plan de coordonnées $(x; y)$ dans un repère orthonormé.

Soit $O(0; 0)$ l'origine de ce repère orthonormé.

Alors $OM = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Donc $\sqrt{x^2 + y^2} = 5 \Leftrightarrow OM = 5$.

Ainsi, $f^{-1}(y)$ est l'ensemble des points M tels que $OM = 5$, autrement dit le cercle de centre O et de rayon 5 .

—x—