NE RIEN ÉCRIRE

Examen ou concours : Série* :

Spécialité/option :

Repère de l' épreuve :

Épreuve/sous-épreuve :
(Préciser, s'il y a lieu, le sujet choisi)

Note : /20

Appréciation du correcteur (uniquement s'il s'agit d'un examen) :

Term. Spé — DMoh. Correction.

Numérotez chaque page (dans le cadre en bas de la page) et placez les feuilles intercalaires dans le bon sens.

* Uniquement s'il s'agit d'un examen.

A)

$m_A \vec{GA} + m_B \vec{GB} = \vec{0}$

1°) $\vec{AG} = \vec{AB} + \vec{BG}$ d'après la relation de Chasles.

2°) $m_A = 2$, $m_B = 6$,

donc on a $2\vec{GA} + 6\vec{GB} = \vec{0}$ (*)

d'après la relation de Chasles, (*) $\Leftrightarrow 2(\vec{GB} + \vec{BA}) + 6\vec{GB} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow 2\vec{GB} + 2\vec{BA} + 6\vec{GB} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow 8\vec{GB} + 2\vec{BA} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow 4\vec{GB} + \vec{BA} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow 4\vec{GB} = \vec{AB}$

$\Leftrightarrow \vec{GB} = \frac{1}{4}\vec{AB} \Leftrightarrow \vec{AG} = \frac{3}{4}\vec{AB}$

Donc le point G est situé à $\frac{1}{4}$ de [AB] en partant de B.
(ou aux $\frac{3}{4}$ en partant de A)

3°) Dans le cas général,

$m_A \vec{GA} + m_B \vec{GB} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow m_A(\vec{GB} + \vec{BA}) + m_B \vec{GB} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow m_A \vec{GB} + m_A \vec{BA} + m_B \vec{GB} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow (m_A + m_B)\vec{GB} = m_A \vec{AB}$ (*)

$\Leftrightarrow \vec{GB} = \frac{m_A}{m_A + m_B}\vec{AB}$ (car $m_A + m_B \neq 0$)

$\Leftrightarrow \vec{GB} = \frac{a}{a+b}\vec{AB}$ avec les notations proposées à cette question.
(car $a + b \neq 0$).

① Car $\frac{a}{a+b} \in [0;1]$, $G \in [AB]$

N° .../...

$$\frac{a}{a+b} \in [0;1]$$

$$\Leftrightarrow \quad 0 < \frac{a}{a+b} < 1$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \cdot \text{ si } a+b>0, & 0<a<a+b \\ \cdot \text{ si } a+b<0, & 0>a>a+b \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \cdot \text{ si } a+b>0, & a>0 \text{ et } b>0 \\ \cdot \text{ si } a+b<0, & a<0 \text{ et } b<0. \end{cases}$

② Pour $\frac{a}{a+b} > 1$, G est en-deçà de A

$$\frac{a}{a+b} > 1$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \cdot \text{ si } a+b>0, & a>a+b \\ \cdot \text{ si } a+b<0, & a<a+b \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \cdot \text{ si } a+b>0, & b<0 \\ \cdot \text{ si } a+b<0, & b>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b<0 \text{ et } a>0 \\ |a|>|b| \\ \text{ou} \\ b>0 \text{ et } a<0 \\ |a|>|b| \end{cases}$

③ Pour $\frac{a}{a+b} < 0$, G est au-delà de B.

$\frac{a}{a+b} < 0 \Leftrightarrow$ a et a+b de signes contraires.

$\Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \text{ et } a+b<0 \\ \text{ou} \\ a<0 \text{ et } a+b>0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \text{ et } b<-a \\ \text{ou} \\ a<0 \text{ et } b>-a \end{cases}$

Réciproquement :

① Si a et b sont de même signe,

alors a et a+b sont de même signe, donc $\frac{a}{a+b} > 0$

De plus, dans ce cas, $|a+b| > |a|$,

donc $\frac{a}{a+b} < 1$. Donc $\frac{a}{a+b} \in [0;1]$,

et $G \in [AB]$.

N° .../...

Si a et b sont de signes contraires

② Si $|a| > |b|$

. Si $b < 0$, alors $a > 0$, $a+b > 0$ et $a+b < a$

alors $\dfrac{a}{a+b} > 1$ et G est en-deçà de A

. Si $b > 0$, alors $a < 0$, $a+b < 0$ et $\underbrace{a+b}_{\ominus} > a$

alors $\dfrac{a}{a+b} > 1$ et G est en-deçà de A.

③ Si $|b| > |a|$

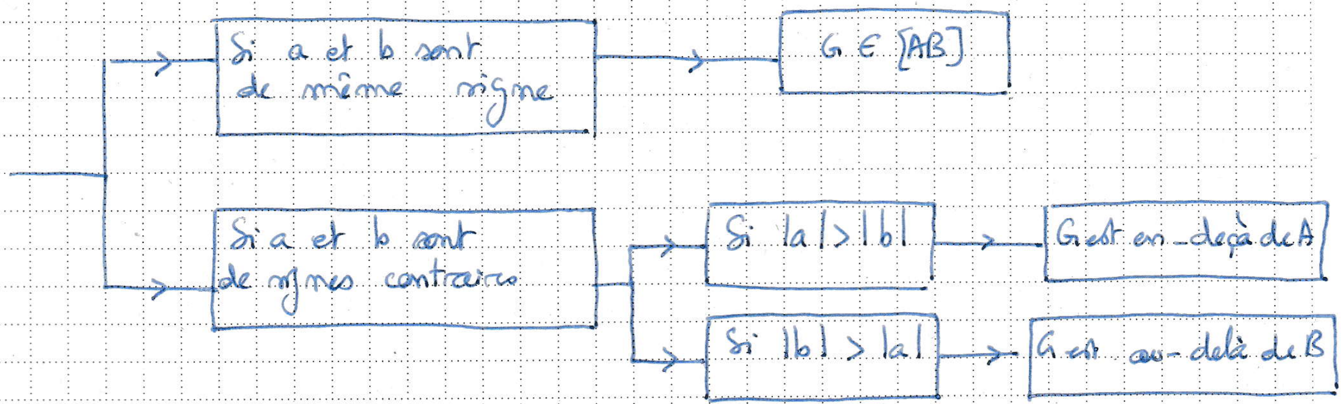
. Si $a > 0$, alors $b < 0$ et $a+b < 0$,

alors $\dfrac{a}{a+b} < 0$ et G est au-delà de B

. Si $a < 0$, alors $b > 0$ et $a+b > 0$,

alors $\dfrac{a}{a+b} < 0$ et G est au-delà de B.

<u>Bilan</u> :



4°) Si $a+b=0$, il vient dans l'égalité (*) de la question 3° :

$(a+b)\,\vec{GB} = a\,\vec{AB} \iff 0\,\vec{GB} = a\,\vec{AB}$

$\iff a\,\vec{AB} = \vec{0}$

$\iff a = 0$ ou $\vec{AB} = \vec{0}$

$\iff \begin{cases} a=0 \text{ et } b=0 \\ \text{ou} \\ A=B. \end{cases}$

Si $a+b=0$, le point G n'est pas défini car soit A et B sont confondus, soit ils ne sont pas pondérés.

N° .../...

B) 1°) $a\vec{GA} + b\vec{GB} + c\vec{GC} = \vec{0}$

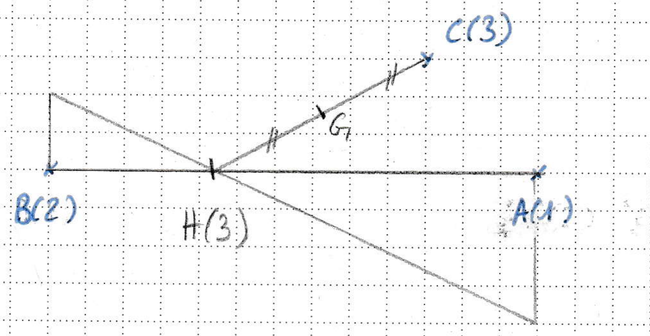
$\Leftrightarrow a\vec{GH} + a\vec{HA} + b\vec{GH} + b\vec{HB} + c\vec{GC} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow (a+b)\vec{GH} + \underbrace{(a\vec{HA} + b\vec{HB})}_{=\vec{0} \text{ par définition de } H} + c\vec{GC} = \vec{0}$

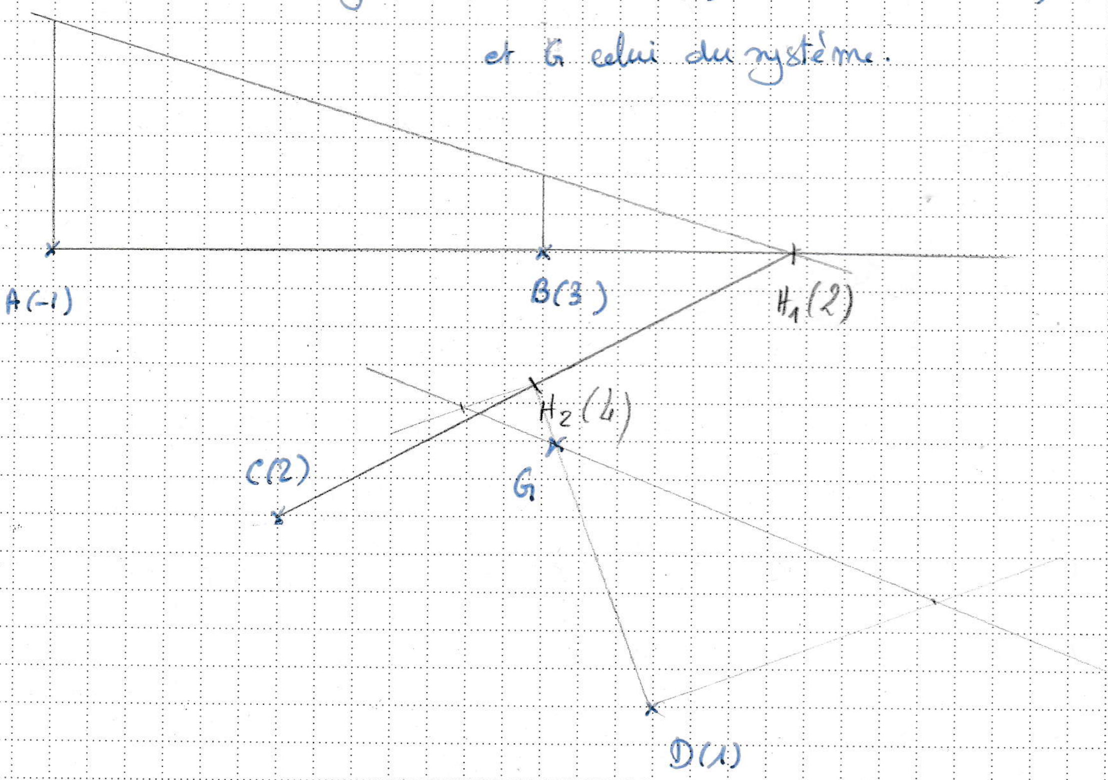
$\Leftrightarrow (a+b)\vec{GH} + c\vec{GC} = \vec{0}$

i.e. G est le barycentre du système $\{(H, a+b) ; (C, c)\}$.

2°)



3°) Où H_1 est le barycentre de (A, B) ; H_2 celui de (H_1 ; C) et G celui du système.

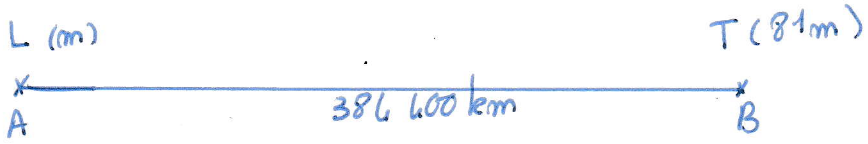


ne rien écrire dans la partie barrée

N° .../...

IE 951 700 – IMPRIMERIE NATIONALE – 2018-03-PF 005 000

c)



1°) On a vu à la partie A que $\vec{GB} = \dfrac{m}{m + 81m}\vec{AB}$

Si on passe aux normes il vient

$$GB = \frac{\cancel{m}}{\cancel{m}(1+81)} AB$$

$$GB = \frac{1}{82} \times 384\,400$$

$$GB \simeq 4\,687{,}805 \simeq \underline{4\,688 \text{ km}}.$$

2°) Figure.

100 000 km sont représentés par 2 cm.