| **Devoir Maison d'entraînement #2 - PAGE A CONSERVER** *Il faut que tu fasses ce devoir toi-même pour détecter les points que tu dois réviser pour le devoir commun, mais rien ne t'empêche d'y réfléchir en groupe avec tes amis; il faut juste qu'à la fin, tu saches faire tout ça tout(e) seul(e)....* | |
|---|---|
| Nom: ............................................................... | Prénom:....................................................................... |

## I. Taux d'accroissement.

Le nombre dérivé d'une fonction $f$ en un nombre $a$ est la pente de la tangente à la courbe $C_f$ au point d'abscisse $a$.

Si on n'a pas de formule, ou si le sujet demande une démonstration (cela s'appelle "**ROC**", comme "Restitution Organisée de Connaissances"), il faut calculer la nombre dérivé en étudiant la limite lorsque $h \longrightarrow 0$ du taux d'accroissement:

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

## II. Quelques formules.

| Fonction | Domaine de définition | Domaine de dérivabilité | Fonction dérivée |
|---|---|---|---|
| $f(x)=k$ | $\mathbb{R}$ | $\mathbb{R}$ | $f'(x)=0$ |
| $f(x)=x^n$ | $\mathbb{R}$ | $\mathbb{R}$ | $f'(x)=nx^{n-1}$ **(*)** |
| $f(x)=\frac{1}{x}$ | $\mathbb{R}^*$ | $\mathbb{R}^*$ | $f'(x)=-\frac{1}{x^2}$ |
| $f(x)=\sqrt{x}$ | $\mathbb{R}_+$ | $\mathbb{R}_+^*$ | $f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}$ |
| $f(x)=u(x)+v(x)$ | $D_u \cap D_v$ | $D_{u'} \cap D_{v'}$ | $f'(x)=u'(x)+v'(x)$ |
| $f(x)=\lambda u(x)$ | $D_u$ | $D_{u'}$ | $f'(x)=\lambda u'(x)$ |
| $f(x)=u(x)\times v(x)$ | $D_u \cap D_v$ | $D_{u'} \cap D_{v'}$ | $f'(x)=u'(x)v(x)+u(x)v'(x)$ |
| $f(x)=u(x)^n$ | $D_u$ | $D_{u'}$ | $f'(x)=n\times u'(x)\times u(x)^{n-1}$ **(**)** |
| $f(x)=\frac{u(x)}{v(x)}$ | $D_u \cap D_v \cap \{x / v(x)\neq 0\}$ | $D_{u'} \cap D_{v'} \cap \{x / v(x)\neq 0\}$ | $f'(x)=\frac{u'(x)\times v(x)-u(x)\times v'(x)}{v(x)^2}$ |
| $f(x)=\frac{1}{v(x)}$ | $D_v \cap \{x / v(x)\neq 0\}$ | $D_{v'} \cap \{x / v(x)\neq 0\}$ | $f'(x)=\frac{-v'(x)}{v(x)^2}$ |
| $f(x)=\sqrt{u(x)}$ | Lorsque $x\in D_u$ et $u(x)\geq 0$ | Lorsque $x\in D_u$ et $u(x)>0$ | $f'(x)=\frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$ |

Dans ce tableau, on note $D_u$ le domaine sur lequel la fonction $u$ est définie, et $D_{u'}$ le domaine sur lequel la fonction $u$ est dérivable.

**(*)** cette formule permet de déduire celle de $\frac{1}{x}=x^{-1}$ , et celle de $\sqrt{x}=x^{1/2}$. **(**)**permet de déduire celle de $\frac{1}{v}=v^{-1}$ , et celle de $\sqrt{u}=u^{1/2}$.

Rédaction: "... est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ en tant que polynôme"

"... est définie et dérivable en tant que fraction rationnelle, sauf pour les valeurs de $x$ qui annulent son dénominateur"

"... , en tant que fonction composée de polynômes et de racine carrée, est définie pour *(ce qui est sous la racine)* ≥0, et dérivable pour *(ce qui est sous la racine)* >0 "

## III. Equation de la tangente.

La tangente au point $A(a; f(a))$ à la courbe $C_f$ a pour équation: $T_A \mid y = f'(a).(x-a)+f(a)$

| Devoir Maison d'entraînement #2 - PAGE A RENDRE<br>*Il faut que tu fasses ce devoir toi-même pour détecter les points que tu dois réviser pour le devoir commun, mais rien ne t'empêche d'y réfléchir en groupe avec tes amis; il faut juste qu'à la fin, tu saches faire tout ça tout(e) seul(e)....* | |
|---|---|
| Nom: ............................................................... | Prénom:..................................................................... |

**A. ROC: "restitution organisée de connaissances".**

Après avoir précisé les ensembles de définition et de dérivabilité, démontrer en utilisant le taux d'accroissement que pour $f(x)=\dfrac{1}{3x+2}$, on a $f'(x)=\dfrac{-3}{(3x+2)^2}$.

........................................................................................................................................................................................................
........................................................................................................................................................................................................
........................................................................................................................................................................................................
........................................................................................................................................................................................................
........................................................................................................................................................................................................
........................................................................................................................................................................................................
........................................................................................................................................................................................................
........................................................................................................................................................................................................
........................................................................................................................................................................................................
........................................................................................................................................................................................................
........................................................................................................................................................................................................
........................................................................................................................................................................................................
........................................................................................................................................................................................................
........................................................................................................................................................................................................
........................................................................................................................................................................................................
........................................................................................................................................................................................................
........................................................................................................................................................................................................
........................................................................................................................................................................................................
........................................................................................................................................................................................................

**B. Entraîne-toi à utiliser les formules.**

Compléter le tableau ci-dessous:

| Fonction | Domaine de définition | Domaine de dérivabilité | Fonction dérivée |
|---|---|---|---|
| $f(x)=x^8$ | | | |
| $f(x)=9$ | | | |
| $f(x)=\dfrac{1}{5x+4}$ | | | |
| $f(x)=2\sqrt{x}\times\left(3x^2+2x+1\right)$ | | | |
| $f(x)=-6x^5+4x^2-3x+1$ | | | |
| $f(x)=\left(2x^2+4\right)\left(3x+1\right)$ | | | |
| $f(x)=\dfrac{5x+8}{3x+2}$ | | | |
| $f(x)=\left(5x^3+4x^2+6\right)\left(7x^2+3x\right)$ | | | |

## C. Avec des tangentes.

**1°)** Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction $f(x)=\dfrac{1}{5x+4}$ en un point d'abscisse $a$ quelconque.

........................................................................................................................................
........................................................................................................................................
........................................................................................................................................
........................................................................................................................................
........................................................................................................................................
........................................................................................................................................
........................................................................................................................................
........................................................................................................................................
........................................................................................................................................
........................................................................................................................................
........................................................................................................................................
........................................................................................................................................
........................................................................................................................................

**2°)** Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction $f(x)=(x+1)\times\left(3x^2+10x+1\right)$ au point d'abscisse $\dfrac{1}{2}$ (sans développer l'expression, mais en utilisant la formule de dérivation d'un produit).

........................................................................................................................................
........................................................................................................................................
........................................................................................................................................
........................................................................................................................................
........................................................................................................................................
........................................................................................................................................
........................................................................................................................................
........................................................................................................................................
........................................................................................................................................
........................................................................................................................................
........................................................................................................................................
........................................................................................................................................
........................................................................................................................................

**3°)** Déterminer l'abscisse du point d'intersection de cette tangente (la tangente à la courbe représentative de la fonction $f(x)=(x+1)\times\left(3x^2+10x+1\right)$ au point d'abscisse $\dfrac{1}{2}$) avec l'axe des abscisses.

***Aide*** *(qui ne serait pas donnée un jour de contrôle): il suffit de prendre l'équation de la tangente que tu as trouvée à la question 2°, et de remplacer $y$ par $0$, car l'axe des abscisses est constitué par les points qui ont un " $y=0$ " ("altitude nulle"); cela te donne une équation "avec des $x$ ", à résoudre pour trouver l'abscisse demandée.*

........................................................................................................................................
........................................................................................................................................
........................................................................................................................................
........................................................................................................................................
........................................................................................................................................
........................................................................................................................................
........................................................................................................................................
........................................................................................................................................
........................................................................................................................................
........................................................................................................................................
........................................................................................................................................
........................................................................................................................................
........................................................................................................................................

**D. Problème de synthèse.**

La fonction $g$ est définie par $g(x)=\dfrac{2}{x}$. On appelle H sa représentation graphique.

**1° )** Préciser l'ensemble de définition de $g$ et son ensemble de dérivabilité.

**2° )** Déterminer, s'ils existent, les coordonnées des points de la courbe H en lesquels la tangente à H est parallèle à la droite D d'équation $y=-2x+3$.

**3° )** Soit $a$ un réel non nul. Ecrire, en fonction de $a$, une équation de la tangente à H au point A d'abscisse $a$. Montrer que cette équation peut s'écrire $T_a \mid y=\dfrac{-2}{a^2}x+\dfrac{4}{a}$

**4° )** Soit M le point de coordonnées $(-4;4)$.
Déduire de la question précédente qu'il existe deux tangentes à la courbe H passant par M.