

DEVOIR SURVEILLÉ N° 01

Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées, conformément à la réglementation en vigueur. Le barème est donné à titre indicatif. Le sujet est composé de plusieurs exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices. Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie. Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 (4 pts) Le groupe sanguin d'un être humain est déterminé par un gène situé sur le chromosome 9 qui contient un couple d'éléments de l'ensemble $E = \{A, B, O\}$ (ces éléments sont appelés allèles).

1. Combien de couples d'allèles sont possibles ?
2. On appelle *hétérozygote* un gène qui est représenté par deux allèles différents. L'ordre ne compte pas (par exemple, le couple d'allèles (A,B) donne le même code que le couple d'allèles (B,A)). Déterminer le nombre d'hétérozygotes possibles pour le groupe sanguin.
3. On appelle *homozygote* un gène qui contient les mêmes allèles.
on appelle *génotype* l'ensemble des compositions alléliques d'un individu.
Déterminer le nombre de génotypes sanguins.

Exercice 2 (2 pts) Démontrer, pour tout entier n , la propriété $B(n)$ suivante :
Pour tout nombre réel $x > 0$, on a $(1 + x)^n \geq 1 + nx$.

Exercice 3 (5 pts)

1. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n , $2^n \geq n + 1$
2. Soit E un ensemble à n éléments.
 - (a) Justifier que l'ensemble E possède au moins $n + 1$ parties.
 - (b) Déterminer le nombre de parties de l'ensemble E .
 - (c) En déduire la propriété établie à la question 1.

Exercice 4 (5 pts)

1. Simplifier l'expression $\frac{(e^{-2x})^3 e^{4x}}{e^{-2x}}$
2. Résoudre l'équation $e^x = \frac{2}{e^{-x} + 3}$
3. Résoudre l'inéquation $e^{2x} - e^{x+1} < 0$
4. Déterminer la dérivée de $f : x \mapsto f(x) = (6 - 3x)e^{2x}$

Exercice 5 (4 pts) Soit l'implication

$$x = 9 \Rightarrow x^2 = 81$$

1. Écrire la contraposée de cette implication
2. Écrire la négation de cette implication
3. Écrire la réciproque de cette implication ; cette réciproque est-elle vraie ?