

DEVOIR SURVEILLÉ N° 01 bis

Nom : Prénom :

Exercice 1 (2 pts)

On considère la suite définie pour tout entier naturel $n \geq 0$ par $u_n = 2 + \frac{3}{n+1}$

1. Quel est le 15 ième terme de cette suite ?
2. Calculer le terme de rang 1000

1. $u_{14} = 2 + \frac{3}{14+1} = 2 + \frac{3}{15} = 2 + \frac{1}{5} = \frac{11}{5} = 2,2$ 0,5 si u_{15} ar. ral. ap.

2. $u_{999} = 2 + \frac{3}{999+1} = \frac{2002+3}{1001} = \frac{2005}{1001}$ 0,5 si seul^e ral. ap.

Exercice 2 (2 pts) La suite (c_n) est définie par $c_0 = 3$ et pour tout entier naturel $n \geq 0$, $c_{n+1} = 2c_n + n - 3$.

Exprimer c_{n+2} en fonction de c_{n+1} , puis c_{n+2} en fonction de c_n .

$c_{m+2} = 2c_{m+1} + (m+1) - 3 = 2c_{m+1} + m - 2$

$= 2(2c_m + m - 3) + m - 2 = 4c_m + 2m - 6 + m - 2$

$= 4c_m + 3m - 8$

Exercice 3 Pour préparer une course, un athlète décide de s'entraîner de façon progressive.

Il commence par courir 3000 m. Après 1 jour d'entraînement, il court 3150 m.

Après 2 jours, il court 3300 m puis ainsi de suite en parcourant chaque jour 150 m de plus que la veille.

On note u_n la distance parcourue après n jours d'entraînement.

1. Calculer u_3 et u_4 .

$u_0 = 3000, u_1 = 3150, u_2 = 3300$

$u_3 = 3450$

$u_4 = 3600$

2. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? On donnera son premier terme et sa raison.

(u_n) est une suite arithmétique de 1er terme $u_0 = 3000$ et de raison $r = 150$

3. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .

$u_{n+1} = u_n + 150$

4. Donner le sens de variation de la suite (u_n) .

$r = 150 > 0$ donc (u_n) est croissante (strictement)

5. Exprimer u_n en fonction de n .

$$u_m = u_0 + m r = \underline{3000 + 150 m}$$

6. Rappeler la formule de calcul de la somme des termes d'une suite arithmétique :

$$\sum_n = \text{Nombre de termes de la somme} \times \frac{\text{Premier terme} + \text{Dernier terme}}{2}$$

7. Quelle distance aura-t-il parcourue au total après 15 jours d'entraînement ?

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{15} u_k &= 16 \times \frac{u_0 + u_{15}}{2} \\ &= 16 \times \frac{3000 + 5250}{2} = \underline{66.000} \text{ m} \quad 60 + 50 \text{ accepté.} \end{aligned}$$

Exercice 4 On considère la suite géométrique (u_n) de raison $q = 2$ et de premier terme $u_1 = 5$.

1. Exprimer u_n en fonction de n .

$$u_m = \underline{5 \times 2^{m-1}}$$

2. Donner le sens de variation de cette suite.

$q = 2 > 1$, donc la suite est croissante (strictement)

3. Rappeler la formule de calcul de la somme des termes d'une suite géométrique :

$$\sum_n = u_1 \times \frac{1 - q^N}{1 - q} \quad \text{si } N \text{ est le nombre de termes de la somme.}$$

4. Calculer $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{20}$

$$S = 5 \times \frac{1 - 2^{20}}{1 - 2} = -5 \times (1 - 2^{20}) = \underline{5.242.875}$$