NE RIEN ÉCRIRE

Examen ou concours : Série* :

Spécialité/option :

Repère de l' épreuve :

Épreuve/sous-épreuve :

(Préciser, s'il y a lieu, le sujet choisi)

Numérotez chaque page (dans le cadre en bas de la page) et placez les feuilles intercalaires dans le bon sens.

Note : /20

Appréciation du correcteur (uniquement s'il s'agit d'un examen) :

Sgé – CORRECTION – D803

* Uniquement s'il s'agit d'un examen.

Ex 1) $B : q \longmapsto B(q) = 10 - \dfrac{e^{0,2q+1}}{q} = 10 - \dfrac{1}{q} \times e^{0,2q+1}$

1°) La quantité minimale produite était de 10 tonnes et q était exprimé en dizaines de tonnes, on a $q \geqslant 1$.

Par ailleurs, en tant que somme d'une fonction constante et du produit de la fonction inverse par la composée d'un polynôme et d'une exponentielle, B est définie pour $q \neq 0$, donc a fortiori pour tout $q \geqslant 1$. (*)

$\mathcal{D}_B = [1 ; +\infty[$

2°a) Pour les mêmes raisons (*) que ci-dessus, B est dérivable sur $[1 ; +\infty[$.

2°b) Soit $q \in [1 ; +\infty[$.

$$B'(q) = 0 - \frac{\left(e^{0,2q+1}\right)' \times q - \left(e^{0,2q+1}\right) \times q'}{q^2}$$

Voir Pté 2.4.

$$= -\frac{0,2\, e^{0,2q+1} \times q - e^{0,2q+1} \times 1}{q^2}$$

$$= \frac{-0,2q e^{0,2q+1} + e^{0,2q+1}}{q^2}$$

$$= \frac{(1-0,2q)\, e^{0,2q+1}}{q^2}$$

2°c) L'exponentielle est toujours st. positive, donc $\forall q \in [1 ; +\infty[$, $e^{0,2q+1} > 0$

$q \in [1 ; +\infty[$ et la fonction carré est strictement croissante sur $\mathbb{R}_+$, donc $\forall q \in [1 ; +\infty[$, $q^2 \geqslant 1$, et a fortiori $q^2 > 0$.

Ainsi, $\forall q \in [1 ; +\infty[$, $B'(q)$ est du signe de $(1 - 0,2q)$.

Or $1 - 0,2q > 0 \iff 0,2q < 1 \iff q < \dfrac{1}{0,2} \iff q < 5$.

Ainsi $B'(q) > 0$ ssi $q < 5$.

ne ri
écri
dar

la
par
barr

2°2) On en déduit le tableau de variations :

q	1		5		$+\infty$
$B'(q)$		$+$	0	$-$	
B		$\nearrow$	$10-\frac{e^2}{5}$	$\searrow$	

$$B(5) = 10 - \frac{e^{0,2\times5+1}}{5} = 10 - \frac{e^2}{5}$$

3°) Au point d'abscisse 10 :

$$B(10) = 10 - \frac{e^{0,2\times10+1}}{10} = 10 - \frac{e^3}{10}$$

$$B'(10) = \frac{(1-0,2\times10)e^{0,2\times10+1}}{10^2} = \frac{-1\times e^3}{100}$$

$$T_{10} \mid y = B'(10)(x-10) + B(10)$$

$$T_{10} \mid y = \frac{-e^3}{100}(x-10) + 10 - \frac{e^3}{10}$$

$$T_{10} \mid y = \frac{-e^3}{100}x + \cancel{\frac{10e^3}{100}} + 10 - \cancel{\frac{e^3}{10}}$$

$$T_{10} \mid y = -\frac{e^3}{100}x + 10.$$

4°) Le bénéfice maximal que peut obtenir la société est de $\left(10-\frac{e^2}{5}\right)$ € (environ 8,52 millions d'euros) pour une quantité d'aliment produit de 5 dizaines de tonnes (50 tonnes).

(Extrait du Bac série ES)

Ex2 || $p_0 = 5000$

1°) . Calcul de p_1 :

$5000 \times 0,8 + 250 = 4250$

|| $p_1 = 4250$

. Calcul de p_2 :

$4250 \times 0,8 + 250 = 3650$

|| $p_2 = 3650$.

2°) La perte de 20 % se traduit par une multiplication par 0,8, et le replantage par l'addition de 250, d'où :

|| $\forall n \in \mathbb{N}, \quad p_{n+1} = 0,8\, p_n + 250$

3°a) $\forall n \in \mathbb{N}$, on pose $v_n = p_n - 1250$.

$\forall n \in \mathbb{N}, \quad v_{n+1} = p_{n+1} - 1250$

$= 0,8 p_n + 250 - 1250$

$= 0,8 p_n - 1000$

$= 0,8 \left(p_n - 1250\right)$

$= 0,8\, v_n$.

|| Donc (v_n) est une suite géométrique de premier terme $v_0 = p_0 - 1250 = 3750$ et de raison 0,8.

3°b) En tant que suite géométrique, (v_n) vérifie :

|| $\forall n \in \mathbb{N}, \quad v_n = 3750 \times 0,8^n$

3°c) On a, pour tout n entier, $p_n = v_n + 1250$; donc

|| $\forall n \in \mathbb{N}, \quad p_n = 3750 \times 0,8^n + 1250$

4°) On a $|0,8| < 1$ donc en tant que suite géométrique,

$\lim_{n \to +\infty} v_n = 0$.

|| Par somme, $\lim_{n \to +\infty} p_n = 1250$

(Extrait de votre manuel de maths de 1ère)

N° 3./3.