Devoir Maison Bilan #1 - PAGE A CONSERVER
TRIGONOMETRIE

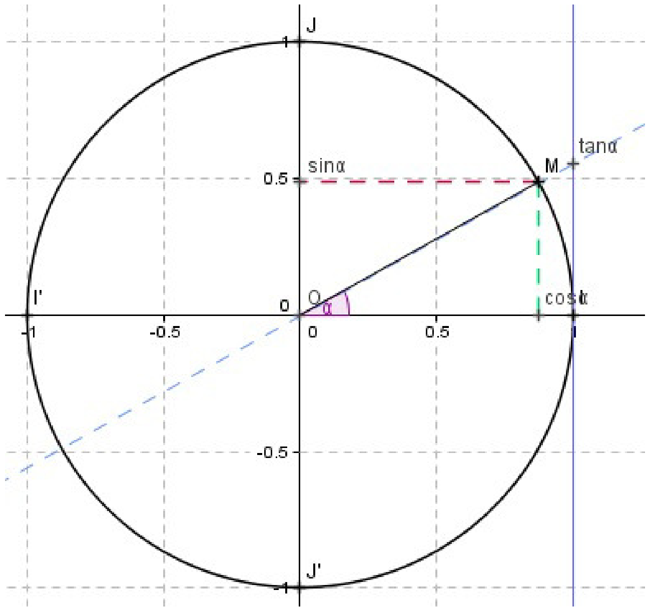
I. Cercle trigonométrique, définitions.

Repère orthonormal $(O;\vec{i};\vec{j})$

$\mathcal{C}$ Cercle orienté de centre O et de rayon 1.

Soient x un réel et M le point de $\mathcal{C}$ défini par :

$\left(\vec{i},\overrightarrow{OM}\right) \equiv x \ [2\pi]$



- $\overrightarrow{OM} = \underbrace{\cos x}_{\text{"abscisse"}} \ \vec{i} + \underbrace{\sin x}_{\text{"ordonnée"}} \ \vec{j}$
- La tangente $\tan x$ se lit sur l'axe vertical tangent au cercle sur sa droite. $\tan x$ peut prendre n'importe quelle valeur réelle.

II. Valeurs remarquables.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\tan x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$+\infty$

III. Premières formules.

- $-1 \leq \cos x \leq 1 \qquad -1 \leq \sin x \leq 1 \qquad (\sin x)^2 + (\cos x)^2 = 1$
- Deux réels A et B vérifient l'équation $A^2 + B^2 = 1$ ssi il existe au moins un réel x tel que $A = \cos x$ et $B = \sin x$
- $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$, et $\dfrac{1}{(\cos x)^2} = 1 + (\tan x)^2$, avec $x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$.

IV. Angles associés.

Toutes ces formules peuvent se « retrouver » facilement en dessinant un cercle trigonométrique.

- $\cos(x+2\pi) = \cos x$, et $\sin(x+2\pi) = \sin x$
- $\cos(-x) = \cos x$, et $\sin(-x) = -\sin x$
- $\cos(\pi - x) = -\cos x$, et $\sin(\pi - x) = \sin x$
- $\cos(\pi + x) = -\cos x$, et $\sin(\pi + x) = -\sin x$
- $\cos\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$, et $\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$
- $\cos\left(\dfrac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x$, et $\sin\left(\dfrac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$

V. Equations.

Ces méthodes de résolution peuvent se « retrouver » facilement en dessinant un cercle trigonométrique.

- $\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x = -\alpha + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \equiv \alpha [2\pi] \\ x \equiv -\alpha [2\pi] \end{cases}$
- $\sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x = \pi - \alpha + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \equiv \alpha [2\pi] \\ x \equiv \pi - \alpha [2\pi] \end{cases}$

VI. Formules d'addition.

Ces formules sont difficiles à « retrouver », il faut les retenir (au moins celles de $\cos(a+b)$ et de $\sin(a+b)$ car on peut en déduire les autres).

- $\cos(a+b) = \cos a.\cos b - \sin a.\sin b$
- $\cos(a-b) = \cos a.\cos b + \sin a.\sin b$
- $\sin(a+b) = \sin a.\cos b + \cos a.\sin b$
- $\sin(a-b) = \sin a.\cos b - \cos a.\sin b$

VII. Formules de duplication.

Ces formules se « retrouvent » à partir des formules d'addition, en prenant « deux fois la même variable ».

- $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a$
- $\sin 2a = 2\sin a.\cos a$

IIX. Formules de linéarisation.

Ces formules s'obtiennent en additionnant membre à membre deux formules d'addition ; elles servent à intégrer certaines fonctions trigonométriques.

- $\cos a.\cos b = \frac{1}{2}\left(\cos(a+b) + \cos(a-b)\right)$
- $\sin a.\sin b = \frac{1}{2}\left(\cos(a-b) - \cos(a+b)\right)$
- $\sin a.\cos b = \frac{1}{2}\left(\sin(a+b) + \sin(a-b)\right)$
- $\sin b.\cos a = \frac{1}{2}\left(\sin(a+b) - \sin(a-b)\right)$